МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

Приложение 2
к рабочей программе дисциплины

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Математика

(наименование дисциплины(модуля)

Направление подготовки / специальность

23.05.04 Эксплуатация железных дорог

(код и наименование)

Направленность (профиль)/специализация

Магистральный транспорт
(наименование)

Содержание

1. Пояснительная записка

Цель промежуточной аттестации – оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине, обеспечивающих достижение планируемых результатов освоения образовательной программы.

Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины

Код и наименование компетенции
ОПК-1 способностью применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования
ОПК-3 способностью приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии

Результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Результаты обучения по дисциплине	Оценочные материалы
ОПК-1	*Обучающийся знает:* Основные базовые понятия и методы математического анализа, аналитической геометрии и линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления, гармонического анализа; основы теории вероятностей, математической статистики, дискретной математики и теории надежности; основы математического моделирования.	Задания 1-2
	Обучающийся умеет: Применять методы математического анализа и моделирования, применять математические методы для решения стандартных практических задач.	Задания 3-4
	Обучающийся владеет: Методами математического описания физических явлений и процессов, определяющих принципы работы сложных технических устройств.	Задания 5-6
ОПК-3	*Обучающийся знает:* методы поиска информации по новым методам математического анализа и моделирования и публично представлять результаты поиска.	Задания 7-8
	Обучающийся умеет: осуществлять самостоятельный поиск информации по новым методам математического анализа и моделирования, математическим методам решения задач.	Задания 9-10
	Обучающийся владеет: Методами самостоятельного формирования математических моделей для описания физических явлений и процессов, определяющих принципы работы различных технических устройств.	Задания 11-12

Промежуточная аттестация (экзамен) проводится в одной из следующих форм:
1) ответ на билет, состоящий из теоретических вопросов и практических заданий;
2) выполнение заданий в ЭИОС СамГУПС.

Промежуточная аттестация (зачет) проводится в одной из следующих форм:
1) собеседование;
2) выполнение заданий в ЭИОС СамГУПС.

2. Типовые[1] контрольные задания или иные материалы для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих уровень сформированности компетенций

2.1 Типовые вопросы (тестовые задания) для оценки знаниевого образовательного результата

Проверяемый образовательный результат:

Код и наименование компетенции	Образовательный результат
ОПК-1способностью применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	*Обучающийся знает:* Основные базовые понятия и методы математического анализа, аналитической геометрии и линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления, гармонического анализа; основы теории вероятностей, математической статистики, дискретной математики и теории надежности; основы математического моделирования.
Задания 1. Нужно построить прямоугольную площадку возле каменной стены, так чтобы с трех сторон она была огорожена проволочной сеткой, а четвертой примыкала к стене. Для этого имеется “а” погонных метров сетки. Каково должно быть соотношение сторон, чтобы площадка имела наибольшую площадь? 2. Требуется изготовить коническую воронку с образующей, равной 20 метров. Какова должна быть высота воронки, чтобы ее объем был наибольшим?	
ОПК-1способностью применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	*Обучающийся умеет:* Применять методы математического анализа и моделирования, применять математические методы для решения стандартных практических задач.
Задания 3. Найти высоту цилиндра наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R. 4. Найти соотношение между радиусом R и высотой H цилиндра, имеющего при данном объеме наименьшую полную поверхность.	
ОПК-1способностью применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	*Обучающийся владеет:* Методами математического описания физических явлений и процессов, определяющих принципы работы сложных технических устройств.
Задания 5. Консервная банка данного объема имеет форму цилиндра. Каково должно быть соотношение ее размеров (высоты и диаметра), чтобы на изготовление пошло минимальное количество жести? 6 Какой сектор следует вырезать из круга радиуса R, чтобы из оставшейся части можно было свернуть воронку наибольшей вместимости?	
ОПК-3 способностью приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии	*Обучающийся знает:* методы поиска информации по новым методам математического анализа и моделирования и публично представлять результаты поиска.
Задания 7. Найти угол, под которым пересекаются параболы $y=(x-2)^2$ и $y=-4+6x-x^2$.	

[1]Приводятся типовые вопросы и задания. Оценочные средства, предназначенные для проведения аттестационного мероприятия, хранятся на кафедре в достаточном для проведения оценочных процедур количестве вариантов. Оценочные средства подлежат актуализации с учетом развития науки, образования, культуры, экономики, техники, технологий и социальной сферы. Ответственность за нераспространение содержания оценочных средств среди обучающихся университета несут заведующий кафедрой и преподаватель – разработчик оценочных средств.

8. Закон движения точки по оси Ох есть $x = 3t - t^3$. Найти скорость движения точки, для моментов времени $t_0 = 0$, $t_1 = 1$, $t_2 = 2$ (х дается в сантиметрах, t – в секундах).	
ОПК-3 способностью приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии	*Обучающийся умеет:* осуществлять самостоятельный поиск информации по новым методам математического анализа и моделирования, математическим методам решения задач.
Задания 9. Показать, что гиперболы $xy = a^2$ и $x^2 - y^2 = b^2$ пересекаются под прямым углом. 10. Точка совершает колебательное движение по оси абсцисс по закону x = $\cos \omega$ t. Найти момент времени, когда скорость равна нулю. Чему в это время равно x?	
ОПК-3 способностью приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии	*Обучающийся владеет:* Методами самостоятельного формирования математических моделей для описания физических явлений и процессов, определяющих принципы работы различных технических устройств.
Задания 11. Количество электричества, протекшее через проводник, начиная с момента t = 0 определяется формулой $Q = 2t^2 + 3t + 1$ (к). Найти силу тока в конце десятой секунды. Прямоугольник вписан в эллипс с осями 2a и 2b. Каковы должны быть стороны прямоугольника, чтобы его площадь была ольшей?	

2.2 Типовые задания для оценки навыкового образовательного результата

Задания контрольных работ
Контрольная работа №1

I. Дана система линейных уравнений. Требуется:
1.Определить, совместна ли она и в случае положительного ответа, определить количество ее решений.
2.В случае единственного решения:
1)найти его методом Гаусса;
2)по формулам Крамера или записать систему в матричной форме и решить ее средствами матричного исчисления.

1 $\begin{cases} 3x_1-2x_2-5x_3=3 \\ 2x_1-3x_2+x_3=-3 \\ x_1+2x_2-4x_3=-3 \end{cases}$ 2 $\begin{cases} 2x_1+x_2+x_3=2 \\ x_1+2x_2+x_3=0 \\ x_1+x_2+3x_3=3 \end{cases}$ 3 $\begin{cases} 2x_1-4x_2+x_3=3 \\ x_1-5x_2+3x_3=-1 \\ x_1-x_2+x_3=1 \end{cases}$

4 $\begin{cases} 4x_1-3x_2+x_3-7=0 \\ x_1-2x_2-2x_3-3=0 \\ 3x_1-x_2+2x_3+1=0 \end{cases}$ 5 $\begin{cases} x_1+3x_2+5x_3=12 \\ 3x_1+5x_2+7x_3=0 \\ 5x_1+7x_2+x_3=4 \end{cases}$ 6 $\begin{cases} 2x_1+x_2+4x_3=16 \\ 3x_1+2x_2+x_3=10 \\ x_1+3x_2+3x_3=16 \end{cases}$ 7

$\begin{cases} 2x_1-2x_2+3=0 \\ 2x_1+3x_2+x_3+6=0 \\ 3x_1+4x_2-x_3=0 \end{cases}$ 8 $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=15 \\ x_1+2x_2+3x_3=35 \\ x_1+3x_2+6x_3=70 \end{cases}$ 9 $\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=2 \\ 2x_1+3x_2+7x_3=12 \\ 3x_1+5x_2+11x_3=17 \end{cases}$

10 $\begin{cases} x+2y+3z=4 \\ 2x+y-2z=3 \\ 3x+3y+2z=10 \end{cases}$ 11 $\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=5 \\ 2x_1-x_2-x_3=1 \\ x_1+3x_2+4x_3=6 \end{cases}$ 12 $\begin{cases} x_1+x_2-6x_3=6 \\ 3x_1-x_2-6x_3=2 \\ 2x_1+3x_2+9x_3=6 \end{cases}$

13 $\begin{cases} x_1+x_2=0 \\ x_2+x_3=0 \\ x_1+2x_2+3x_3=2 \end{cases}$ 14 $\begin{cases} x_1+x_2+4x_3+9=0 \\ 2x_1+2x_2+17x_3=146 \\ 2x_1+3x_2+10=0 \end{cases}$ 5 $\begin{cases} x_1+x_2-x_3=4 \\ 2x_1-x_2+3x_3=1 \\ x_1-x_3=6 \end{cases}$

16 $\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3=5 \\ 2x_1+x_2+2x_3=1 \\ 3x_1+2x_2+x_3=1 \end{cases}$ 17 $\begin{cases} x_1+2x_2-3x_3=0 \\ 2x_1-x_2+4x_3=5 \\ 3x_1+x_2-x_3=2 \end{cases}$ 18 $\begin{cases} 3x_1+2x_2-4x_3=8 \\ 2x_1+4x_2-5x_3=11 \\ 4x_1-3x_2+2x_3=1 \end{cases}$ 19 $\begin{cases} 2x_1+7x_2+3x_3=6 \\ 3x_1+5x_2+2x_3=4 \\ 9x_1+4x_2+x_3=2 \end{cases}$ 20

$\begin{cases} 3x_1-3x_2+2x_3=2 \\ 4x_1-5x_2+2x_3=1 \\ 5x_1-6x_2+4x_3=3 \end{cases}$

II. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы:

1. $\begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 1 & -4 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix} -6 & -8 & 2 \\ -5 & 2 & 8 \\ -3 & -4 & 1 \end{pmatrix}$ 3. $\begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 8 & 2 & -5 \\ -2 & 8 & -6 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ 5. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 6. $\begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}$

7. $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$ 8. $\begin{pmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ 9. $\begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 \\ 1 & -4 & 9 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

10. $\begin{pmatrix} 2 & -8 & -5 \\ 4 & 1 & 3 \\ -8 & -2 & -6 \end{pmatrix}$ 11. $\begin{pmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}$ 12. $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix}$

13. $\begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -3 & 5 & -1 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ 14. $\begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 3 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ 15. $\begin{pmatrix} 15 & -11 & 5 \\ 20 & -15 & 8 \\ 8 & -7 & 6 \end{pmatrix}$

16. $\begin{pmatrix} 1 & -18 & 15 \\ -1 & -22 & 15 \\ 1 & -25 & 22 \end{pmatrix}$ 17. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -3 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ 18. $\begin{pmatrix} 2 & 8 & 5 \\ -4 & 1 & 3 \\ 8 & -2 & -6 \end{pmatrix}$

19. $\begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 1 & -4 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ 20. $\begin{pmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$

III. Привести уравнение кривой второго порядка $f(x,y)=0$ к каноническому виду и найти точки ее пересечения с прямой $ax+by+c=0$. Сделать чертеж.

1. $4x^2+4y^2-8x+4y-11=0$, $1-2y=0$. 2. $2x^2-8x+5-y=0$, $2x=1$.
3. $3x^2+3y^2+6x-4y-1=0$, $x-2y+1=0$. 4. $x^2+2y^2-4y+4=0$, $y-1=0$.
5. $y^2-4y+x-6=0$, $x-y=0$. 6. $x^2+y^2-3x+6y-1=0$, $x-y=2$.
7. $2x^2+y^2-12x+10=0$, $x-1=0$. 8. $y=-x^2-4x+3$, $y=\dfrac{1}{2}x$.
9. $2x^2-4x-y+3=0$, $2x+y=0$. 10. $x^2+y^2-4y=0$, $x+y-2=0$.
11. $y+3-4x+x^2=0$, $x+1=0$. 12. $x^2+2y^2-2x+3y=0$, $2y-1=x$.
13. $2y^2+4y-x=5$, $2x-3+y=0$. 14. $x^2-2x-y+2=0$, $x+y=0$.
15. $x^2+y^2+14x=0$, $x+y-1=0$. 16. $2x^2+8x+y+7=0$, $2x-2y=1$.
17. $y^2+8y-2x+10=0$, $2x-y=0$. 18. $x+2y^2+4y+1=0$, $x-2y+4=0$.
19. $x^2+y^2-4x+2y+5=0$, $3x-2y+1=0$. 20. $(x-9)^2+y^2=9\left((x-1)^2+y^2\right)$, $x-y=0$.

IV. По координатам вершины пирамиды $A_1A_2A_3A_4$ найти: 1) длины ребер A_1A_2 и A_1A_3, 2) угол между этими ребрами, 3) площадь грани $A_1A_2A_3$ и длину медианы, опущенной из вершины A_3, 4) объем пирамиды, 5) уравнения прямых A_1A_2 и A_1A_3, 6) уравнения плоскостей $A_1A_2A_3$ и $A_1A_2A_4$ и угол между ними, 7) высоту пирамиды, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

1. $A_1(3,1,4)$, $A_2(-1,6,1)$, $A_3(-1,1,6)$, $A_4(0,4,-1)$.
2. $A_1(3,3,9)$, $A_2(6,9,1)$, $A_3(1,7,3)$, $A_4(8,5,8)$.
3. $A_1(3,5,4)$, $A_2(5,8,3)$, $A_3(1,9,9)$, $A_4(6,4,8)$.
4. $A_1(2,3,4)$, $A_2(7,6,3)$, $A_3(4,9,3)$, $A_4(3,6,7)$.
5. $A_1(9,5,5)$, $A_2(-3,7,1)$, $A_3(5,7,8)$, $A_4(6,9,2)$.
6. $A_1(0,7,1)$, $A_2(4,1,5)$, $A_3(4,6,3)$, $A_4(3,9,8)$.
7. $A_1(5,5,4)$, $A_2(3,8,4)$, $A_3(3,5,10)$, $A_4(5,8,2)$.
8. $A_1(6,1,1)$, $A_2(4,6,6)$, $A_3(4,2,0)$, $A_4(1,2,6)$.
9. $A_1(7,5,3)$, $A_2(9,4,4)$, $A_3(4,5,7)$, $A_4(7,9,6)$.
10. $A_1(6,6,2)$, $A_2(5,4,7)$, $A_3(2,4,7)$, $A_4(7,3,0)$.
11. $A_1(0,0,1)$, $A_2(2,1,3)$, $A_3(1,-1,5)$, $A_4(2,-1,1)$.
12. $A_1(3,0,2)$, $A_2(3,2,4)$, $A_3(1,1,2)$, $A_4(2,0,6)$.
13. $A_1(2,1,3)$, $A_2(1,-1,5)$, $A_3(2,-1,1)$, $A_4(0,0,1)$.
14. $A_1(0,0,2)$, $A_2(2,1,4)$, $A_3(2,-1,2)$, $A_4(1,-1,6)$.
15. $A_1(-1,-2,1)$, $A_2(-3,-1,1)$, $A_3(-2,-2,5)$, $A_4(-1,0,3)$.

16. $A_1(-1,1,-2)$, $A_2(-2,1,2)$, $A_3(-3,2,-2)$, $A_4(-1,3,0)$.
17. $A_1(1,1,2)$, $A_2(0,1,6)$, $A_3(-1,2,2)$, $A_4(1,3,4)$.
18. $A_1(1,-1,2)$, $A_2(0,-1,6)$, $A_3(-1,0,2)$, $A_4(1,1,4)$.
19. $A_1(2,3,2)$, $A_2(1,3,6)$, $A_3(0,4,2)$, $A_4(2,5,4)$.
20. $A_1(-1,2,0)$, $A_2(-2,2,4)$, $A_3(-3,3,0)$, $A_4(-1,4,2)$.

Задания для контрольной работы №2

I. Найти указанные пределы, не пользуясь средствами дифференциального исчисления.

1. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^6-x^2+x}{x^6-2}$; б) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{1+3x^2}-2}{x^2-x}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 5x}{3x}$;
г) $\lim\limits_{x\to0}(x+2)[\ln(2x-3)-\ln(2x+1)]$.

2. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3-2x+7}{3x^2-5x^2+2}$; б) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{2x-2}-2}{\sqrt{x+1}-2}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+7}{x^2+5}\right)^{3+2x^2}$;
г) $\lim\limits_{x\to0}x\cdot ctg^2 2x\cdot\sin x$.

3. а) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-x-2}{x^2+x-6}$; б) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{2x+6}}{x^2-5x}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos 4x}{1-\cos 2x}$;
г) $\lim\limits_{x\to\infty}(x+3)[\ln(x+1)-\ln(x-2)]$.

4. а) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{2x^2+x-1}{x^2+5x+6}$; б) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{1-\sqrt{x-2}}{4-\sqrt{3x+7}}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin^2\frac{x}{4}}{x^2}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3+x}{2+x}\right)^{4x+1}$.

5. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1+4x-x^4}{x+3x^2+2x^4}$; б) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{3-\sqrt{14-x}}{x^2-25}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos 3x}{x^2}$;
г) $\lim\limits_{x\to\infty}(2x+3)[\ln(x+2)-\ln x]$.

6. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^5-x^3+2x}{2x^5-1}$; б) $\lim\limits_{x\to8}\dfrac{x-\sqrt{8x}}{x-x}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos 2x}{x\cdot tgx}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+5}{x-3}\right)^{3x}$.

7. а) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2+6x-16}{x^2-4}$; б) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{\sqrt{3x+1}}{3-\sqrt{x+4}}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin^3\frac{x}{3}}{2x^3}$;
г) $\lim\limits_{x\to\infty}(x-2)[\ln(x-1)-\ln(x+1)]$.

8. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^2+62x-8}{14x^2+3x}$; б) $\lim\limits_{x\to7}\dfrac{x-7}{\sqrt{2x+11}-5}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x}\right)^{2-3x}$;
г) $\lim\limits_{x\to0}x\cdot ctg5x$.

9. а) $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{3x^2+3x-36}{x^2+5x+6}$; б) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\sqrt{1-3x^2}}{x^2-2x^3}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x}{x\cdot\sin x}$; г) $\lim\limits_{x\to0}(1+5x)^{\frac{3}{x}}$.

10. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^4-3x^2+1}{5+x^2-2x^4}$; б) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{x-2}}{3-\sqrt{2x+1}}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{xtg3x}{\cos x-\cos^3 x}$;
г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2}{x+1}\right)^{2x+1}$.

11. а) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{2x^2+x-1}{x^2+5x+4}$; б) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sqrt[3]{1-x}}{x}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x}{\sin x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}x^2\left[\cos\dfrac{1}{x}-1\right]$.

12. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3-6x-3}{4-2x^2-x^3}$; б) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^4-a^4}{x^3-a^3}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 4x}{\sin 5x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x}\cdot\sin\dfrac{1}{x}$.

13. а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{4x^2+7x-2}{x+2}$; б) $\lim\limits_{x\to 16}\dfrac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg5x}{2x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{n-1}{n+2}\right)^{2n+1}$.

14. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^4+2x^2-3}{10x^4-x-2}$; б) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt[3]{x+20}}{x-7}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos(\sin x)}{x^2}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}(\cos 2x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$.

15. а) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{3x^2-14x-5}{x^2-6x+5}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1-x}-1}{x}$; в) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\sin x-\sin a}{x-a}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[x]{1+3x}$.

16. а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+6x+8}{3x^2+5x-2}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1-x}-\sqrt[3]{1+ч}}{2x}$; в) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\dfrac{\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}{1-2\cos x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[x]{1+\sin 3x}$.

17. а) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2-x-6}{2x^2+x-21}$; б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+3}-\sqrt[3]{9-x}}{\sqrt[4]{x^3+15}-2}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{\cos x}}{1-\cos\sqrt{x}}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x+1}\right)^{\frac{1}{3x}}$.

18. а) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^2+x-2}{3x^2+4x+1}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}{\sqrt{x+2}}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-1}{3x^2}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+x+x^2\right)^{\frac{1}{\sin x}}$.

19. а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-x-2}{x^2+x-6}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x_2+1}+\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3+x}-x}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tgx-\sin x}{x^3}$;

г) $\lim\limits_{x\to\infty}x^2\cdot\ln\cos\dfrac{\varphi}{x}$.

20. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+7x^2-2}{6x^3-4x+3}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{(x+2)!+(x+1)!}{(x+3)!}$; в) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos 2x}{x-\frac{\pi}{2}}$; г) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\ln tgx}{\cos 2x}$.

II. Исследовать функцию $f(x)$ на непрерывность: найти точки разрыва функции и определить их тип. Построить схематический график функции.

1. $f(x)=\begin{cases}3x & при\ x\neq 2\\ 1 & при\ x=2\end{cases}$ 2. $f(x)=\dfrac{x^2-16}{x-4}$ 3. $f(x)=\begin{cases}x^2 & при\ x\le 0\\ x+1 & при\ x>0\end{cases}$

4. $f(x)=\dfrac{|x-1|}{x-1}$ 5. $f(x)=\dfrac{|x|}{x}+\dfrac{1}{x}$ 6. $f(x)=\begin{cases}1-x\ , & x>2\\ 1+x\ , & x\le 2\end{cases}$ 7. $f(x)=\dfrac{x-2}{|x-2|}+\dfrac{2}{x}$ 8. $f(x)=\begin{cases}x\ , & x\ge 1\\ -x\ , & x\le -1\end{cases}$ 9. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x-1}\\ 3x\end{cases}$

, $x<1$

, $x\ge 1$

10. $f(x)=\begin{cases}2x+3\ ,\\ 1-x^2\ ,\end{cases}$ 11. $f(x)=\begin{cases}x+1\ , & x\ge 1\\ 2x^2\ , & x<1\end{cases}$ 12. $f(x)=\begin{cases}x+1\ , & x\ge 2\\ 2^{-x}\ , & x<2\end{cases}$

13. $f(x)=\begin{cases}3-x\ , & x\ge -3\\ e^x\ , & x<-3\end{cases}$ 14. $f(x)=\begin{cases}x^2\ , & x<1\\ 2x\ , & x\ge 0\end{cases}$ 15. $f(x)=\ln|x|+2$

16. $f(x)=\begin{cases} x^2 & , x\neq 0 \\ 3 & , x=0 \end{cases}$ 17. $f(x)=\frac{|x-4|}{x-4}+\frac{4}{x}$ 18. $f(x)=\begin{cases} -\frac{1}{x+3} & , \quad x<-3 \\ \sqrt{9-x^2} & , -3\leq x\leq 0 \\ \frac{3|x|}{x} & , x>0 \end{cases}$ 19. $f(x)=\begin{cases} \frac{1}{x-2} & , x<2 \\ 2x & , x\geq 2 \end{cases}$ 20. $f(x)=\frac{|x-3|}{x-3}+\frac{3}{x}$

IV. Требуется построить по точкам график функции $\rho=\rho(\varphi)$ в полярной системе координат. Найти уравнение этой кривой в прямоугольной системе координат, начало которой совмещено с полюсом, а положительная полуось O_x - с полярной осью. Если не указано название кривой, то, по возможности, определить его.

1. $\rho=e^{\varphi}$ - логарифмическая спираль
2. $\rho=\frac{\pi}{\varphi}$ - гиперболическая спираль
3. $\rho=2\cos\varphi$
4. $\rho=\frac{1}{\sin\varphi}$
5. $\rho=10\sin 3\varphi$ - трехлепестковая роза
6. $\rho=2(1+\cos\varphi)$ - кардиоида
7. $\rho=2^2\cos 2\varphi$ - лемниската
8. $\rho=2\sin 2\varphi$
9. $\rho=\frac{2}{\sin\varphi}$
10. $\rho=-4\cos 2\varphi$
11. $\rho=e^{2\varphi}$
12. $\rho=\frac{\pi}{2\varphi}$
13. $\rho=\frac{2\varphi}{\pi}$
14. $\rho=-2\sin\varphi$
15. $\rho^2=\cos 2\varphi$
16. $\rho=2a\sin\varphi$, a > 0
17. $\rho=\frac{2}{\cos\left(\varphi-\frac{\pi}{4}\right)}$.
18. $\rho=\frac{2}{3\sin\varphi}$
19. $\rho^2=-2\cos 2\varphi$
20. $\rho=e^{2\varphi}$

Задания для контрольной работы №3

I. Найти производные первого порядка данных функций, используя в п. в) логарифмическую производную, в задании д) найти производную обратной функции или функции заданной параметрами.

1. а) $y=\frac{1}{x+1}$; б) y = sin(3x + 1);
   в) $y=x^{\sin x}$; г) 2x – 3y + 1 = 0;
   д) найти x'_x, если $y = 3x + x^2$.
2. а) $y=\frac{x^2-1}{x^3+1}$; б) $y = (1 + 2x^8)$;
   в) $y=\sqrt{x}$; г) $\frac{x^2}{2^2}+\frac{y^2}{3^2}=1$;
   д) $\begin{cases} x=e^{-t} \\ y=e^{2t} \end{cases}$.
3. а) $y=\frac{5}{x^2-x+1}$; б) y = sin(x + sinx);
   в) $y=\frac{(x+1)^3\sqrt{x-2}}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$; г) $x^3+y^3-3axy=0$;

д) найти x'_y, если y = 2x^2 + x.

4. а) $y = \dfrac{2x^4}{x^2 + x + 1}$; б) y = 5cos(2 – 3x);

в) $y = (x+1)^2(x-1)^3\sqrt[5]{(x+2)^4}$; г) $x^2 + y^2 = 5e^x$;

д) $\begin{cases} x = \dfrac{1}{t+1} \\ y = \left(\dfrac{t}{t+1}\right)^2 \end{cases}$.

5. а) $y = \dfrac{x}{x^2 + x^{-2}}$; б) y = ctg(xsinx);

в) $y = (\sin x)^x$; г) $x^2 - 5y^2 + 4xy - 1 = 0$;

д) найти x'_y, если $y = x - \dfrac{1}{2}\sin x$.

6. а) $y = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$; б) $y = e^{2x}\cos 2x$;

в) $y = x^{x^2}$; г) $y = \sin(x + 2y)$;

д) $\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t^3 \end{cases}$.

7. а) $y = \sqrt[3]{x^2} - x\sqrt[4]{x}$; б) y = tg(3x + 1)^3;

в) $y = \dfrac{\sqrt{1 + x^2}}{3x + 5}$; г) x^2 + y^2 = 1;

д) найти x'_y, если $y == 2\cos x - \dfrac{x}{2}$.

8. а) $y = x^2\left(\sqrt{x} + 3\right)$ б) $y = 6^{\arcsin 2x}$;

в) $y = (\sin x)^{\ln x}$; г) y^2 = 4x;

д) $\begin{cases} x = \sqrt{t} \\ y = \sqrt[3]{t} \end{cases}$.

9. а) $y = \sqrt[4]{x} + \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$; б) $y = \dfrac{\cos x}{3\sin^2 x}$;

в) y = x^x; г) x = y + siny;

д) найти x'_y, если $y = x + e^{\frac{x}{2}}$.

10.а) $y = x\left\lfloor \sqrt[5]{x^2} - \sqrt[5]{2} \right\rfloor$; б) $y = \ln\sqrt{\dfrac{e^{2x}}{1 + e^{2x}}}$;

в) $y = (\sin x)^{\cos 2x}$; г) $x^2 + xy + y^2 = 3$;

д) $\begin{cases} x = \dfrac{2t}{1 + t^2} \\ y = \dfrac{1 - t^2}{1 + t^2} \end{cases}$.

11.а) $y = \dfrac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$; б) $y = \cos\left(3^x + 3^{-x}\right)$;

в) $y = \dfrac{4x^2}{\sqrt[5]{(2 - x)^3}}$; г) $ye^y - xe^x = y(x - 1)$;

д) найти x'_y, если $y = 2x^2 + x$.

12.а) $y = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$; б) $y = \arcsin^2 x$;

в) $y = x^{\cos 2x}$; г) $e^y + xy = e$;

д) $\begin{cases} x = \dfrac{t^2}{t+2} \\ y = \cos 2t \end{cases}$.

13.а) $y = 8\sqrt{x} + \dfrac{6}{x} + 3$; б) $y = \cos^2 x + \sin^2 x$;

в) $y = \sqrt[2x]{x}$; г) $e^{xy} + x^2 + y^3 = 2$;

д) найти x'_y, если $y = 2x + e^x$.

14.а) $y = \dfrac{x^{10}+3}{x^{11}+1}$; б) $y = e^{-x^2}$;

в) $y = x^{25x}$; г) $\sin(2x+3y) - 2y = 0$;

д) $\begin{cases} x = \cos(t+1) \\ y = \sin(2t+1) \end{cases}$.

15.а) $y = \dfrac{5-x^2}{5+x^2}$; б) $y = \ln^3 x$;

в) $y = (x-2)^2\sqrt[3]{(2x-4)^5}$; г) $2x - 5y + 10 = 0$;

д) найти x'_y, если $y = \dfrac{1}{2}\sin 2x$.

16.а) $y = \dfrac{x}{x^3+y^3}$; б) $y = \arcsin\sqrt{x}$;

в) $y = (x-2)^3\sqrt[5]{(x+2)^4}$; г) $x^3 + y^3 = a^3$;

д) $\begin{cases} x = 2\dfrac{t+1}{1-t} \\ y = tg\dfrac{t}{2} \end{cases}$.

17.а) $y = \dfrac{x+1}{x-1}$; б) $y = \cos^2 x^2$;

в) $y = x^{x^2}$; г) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$;

д) найти x'_y, если $y = \dfrac{2}{\cos x}$.

18.а) $y = 7x^7 - \sqrt{2} - \dfrac{3}{x^7}$; б) $y = \ln tg\dfrac{x}{2}$;

в) $y = x^{\sin 3x}$; г) $y^3 = \dfrac{x-y}{x+y}$;

19.а) $y = \dfrac{9}{\sqrt[4]{x^9}} + 2x^2$; б) $y = \log_5(x^3-1)$;

в) $y = \dfrac{(x^2+1)^3(x-2)^4}{\sqrt[5]{(x-1)^2}}$; г) $e^y = x + y$;

д) найти x'_y, если $y = 0{,}1x + e^2$.

20.а) $y = \dfrac{\sqrt[3]{x^2+1}}{\sqrt[3]{x}-1}$; б) $y = \ln(2x^2+3x+1)$;

в) $y = (x-1)^2\sqrt{(x-2)^3(x^2+1)^4}$; г) $x^y = y^x$;

д) $\begin{cases} x = \dfrac{t-t^2}{2t+1} \\ y = \ln\dfrac{t-1}{t+1} \end{cases}$.

II. Составить уравнение касательной и нормали к кривой в указанной точке. Определить угол между касательной и осью Ох:

1. $y = tg2x$, $x_0 = 0$.
2. $y = \ln x$, $x_0 = 1$
3. $y = x^3 + 2x^2 - 4x - 3$, $x_0 = -2$.
4. $y = 2\sin 2x$, $x_0 = 0$.
5. $y = x^2 + 4x - 3$, $x_0 = 1$.
6. $y = -2x^2 + 3x$, $x_0 = 2$.
7. $y = x^2 + 3$, $y_0 = 4$.
8. $y = \dfrac{1}{x}$, $x_0 = 1$.
9. $y = -\sqrt{4-2x^2}$, $x_0 = -1$.
10. $y = -\sqrt{\dfrac{6-x^2}{3}}$, $x_0 = \sqrt{3}$.
11. $y = \ln x$, $x_0 = 1$.
12. $y = -\cos 2x$, $x_0 = \dfrac{\pi}{2}$.
13. $y = tg2x$, $x_0 = \dfrac{\pi}{4}$.
14. $y = ctgx$, $x_0 = \pi$.
15. $y = -\dfrac{1}{x}$, $x_0 = 2$.
16. $y = -3\sqrt[3]{x^2} + 2x + 2$.
17. $y = 2\cos 3x$, $x_0 = \dfrac{\pi}{2}$.
18. $y = 3\sqrt[3]{x^2 - 2x + 2}$, $x_0 = 1$.
19. $y = -\sqrt{\dfrac{4-x^2}{2}}$, $x_0 = \sqrt{2}$.
20. $y = \sqrt{4-2x^2}$, $x_0 = 1$.

III. Пользуясь правилом Лопиталя, вычислить указанный предел. Если это невозможно, то вычислить его каким-либо другим способом.

1. $\lim\limits_{x\to 0}(tgx)^x$.
2. $\lim\limits_{x\to 0}(ctgx)^{\frac{1}{\ln x}}$.
3. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}(\sin 2x)^{\cos x}$.
4. $\lim\limits_{x\to \infty}(\ln x)^{\frac{1}{x}}$.
5. $\lim\limits_{x\to 0} x^{\frac{3}{1+\ln x}}$.
6. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^5+1}{x^3+1}$.
7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x}{\sin 3x}$.
8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg2x-2x}{x^3}$.
9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-3x}-e^{\sin x}}{x}$.
10. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{\ln x}{x}$.
11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\sin x}-e^x}{x^2}$.
12. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{ctgx}{\ln 2x}$.
13. $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\ln x}{x^a}$.
14. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln tg2x}{\ln tgx}$.
15. $\lim\limits_{x\to +\infty} x^2 e^{-x}$.
16. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x}{\ln x}-\dfrac{1}{\ln x}\right)$.
17. $\lim\limits_{x\to 2}\left(\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{2}{x^2 2}\right)$.
18. $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\ln x}{x^{10}}$.
19. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{2}{\pi}\arccos x\right)^{\frac{1}{x}}$.
20. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg\dfrac{2x}{3}}{\sin 4x}$.

IV. Используя общую схему исследования и построения графика функции, построить следующие кривые:

1. $y = \dfrac{1}{5}\left(x^3 - 6x^2 + 25\right)$.
2. $y = \dfrac{x}{x^2-1}$.
3. $y = x_3 - \dfrac{x^4}{4}$.
4. $y = x + \sin x$.
5. $y = x + \dfrac{1}{x}$.
6. $y = x\ln|x|$.
7. $y = \dfrac{1}{x}2^x$.
8. $y = e^{2x-x^2}$.
9. $y = x_3 e^{-x}$.

10. $y = \sqrt[3]{x^3 - 3x}$. 11. $y = 2^{tgx}$. 12. $y = \dfrac{x-1}{x^2-4}$.

13. $y = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x-1}$. 14. $y = x^2 + \dfrac{2}{x}$. 15. $y = \dfrac{8}{x^2-4}$.

16. $y = \dfrac{4}{\sqrt{4-x^2}}$. 17. $y = xe^{-x}$. 18. $y = \dfrac{\sin x}{\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}$.

19. $y = \dfrac{x}{\ln x}$. 20. $y = \cos x - \cos^2 x$.

V. Решить задачу при помощи производных.

1. Бак цилиндрической формы должен вмещать 8 литров воды. Каковы должны быть его размеры, чтобы поверхность (без крышки) была наименьшей?

2. Окно имеет форму прямоугольника, завершенного полукругом. Периметр задан. Каковы должны быть размеры окна, чтобы оно пускало наибольшее количество света?

3. Резервуар, который должен иметь форму прямоугольного параллелепипеда (открытого сверху) с квадратным основанием нужно вылудить внутри оловом. Каковы должны быть размеры резервуара, чтобы на его лужение пошло наименьшее количество олова, если он должен вмещать 108 литров воды?

4. В треугольник с основанием b и высотой h вписать прямоугольник с наибольшей площадью.

5. Нужно построить прямоугольную площадку возле каменной стены, так чтобы с трех сторон она была огорожена проволочной сеткой, а четвертой примыкала к стене. Для этого имеется “a” погонных метров сетки. Каково должно быть соотношение сторон, чтобы площадка имела наибольшую площадь?

6. Требуется изготовить коническую воронку с образующей, равной 20 метров. Какова должна быть высота воронки, чтобы ее объем был наибольшим?

7. Найти высоту цилиндра наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R.

8. Найти соотношение между радиусом R и высотой H цилиндра, имеющего при данном объеме наименьшую полную поверхность.

9. Консервная банка данного объема имеет форму цилиндра. Каково должно быть соотношение ее размеров (высоты и диаметра), чтобы на изготовление пошло минимальное количество жести?

1. Какой сектор следует вырезать из круга радиуса R, чтобы из оставшейся части можно было свернуть воронку наибольшей вместимости?

2. Найти угол, под которым пересекаются параболы $y = (x-2)^2$ и $y = -4 + 6x - x^2$.

3. Закон движения точки по оси Ox есть $x = 3t - t^3$. Найти скорость движения точки, для моментов времени $t_0 = 0$, $t_1 = 1$, $t_2 = 2$ (x дается в сантиметрах, t – в секундах).

4. Показать, что гиперболы $xy = a^2$ и $x^2 - y^2 = b^2$ пересекаются под прямым углом.

5. Точка совершает колебательное движение по оси абсцисс по закону
x = $\cos\omega$ t. Найти момент времени, когда скорость равна нулю. Чему в это время равно x?

6. Количество электричества, протекшее через проводник, начиная с момента
t = 0 определяется формулой $Q = 2t^2 + 3t + 1$ (к). Найти силу тока в конце десятой секунды.

7. Прямоугольник вписан в эллипс с осями 2a и 2b. Каковы должны быть стороны прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей?

8. Из круглого бревна, диаметр которого равен d, требуется вырезать балку прямоугольного поперечного сечения. Каковы должны быть его ширина и высота, чтобы балка оказывала наибольшее сопротивление на изгиб?

Замечание: сопротивление балки на изгиб пропорционально произведению ширины x ее поперечного сечения на квадрат его высоты y: $Q = kxy^2$, k = const.

9. Требуется изготовить из жести ведро цилиндрической формы без крышки данного объема V. Каковы должны быть высота ведра и радиус его дна, чтобы на его изготовление шло наименьшее количество жести?

10. Над центром круглой площадки радиуса R = 10 м нужно повесить фонарь. На какой высоте это нужно сделать, чтобы края площадки были максимально освещены?

Замечание: степень освещенности некоторой площадки пропорциональна косинусу угла падения лучей и обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника света: $E = \dfrac{k\cos\alpha}{r^2}$, k = const.

20. Требуется изготовить открытый цилиндрический бак данного объема V. Стоимость квадратного метра материала, идущего на изготовление дна бака, равна p_1 руб., а стенок - p_2 рублей. Каковы должны быть радиус дна и высота бака, чтобы затраты на материал для его изготовления были наименьшими?

VI. Исследовать на экстремум данную функцию и найти ее наибольшее и наименьшее значение в указанной области:

1. $z = (x-1)^2 + 2y^2$; $x \ge 0$, $y \ge 0$; $x + y = 1$.
2. $z = (x-1)^2 - 2y^2$; $x \ge 0$, $y \ge 0$; $x + y = 1$.
3. $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$; $0 \le x \le 1$, $0 \le y \le 2$.

4. $z = x^3y^2(6-x-y)$; $-2 \le x \le 2$, $-1 \le y \le 1$.
5. $z = x^4 + y^4 - 2x^2 - 4xy - 2y^2$; $-1 \le x \le 1$, $-1 \le y \le 1$.
6. $z = x^3 + y^3 - 3xy$; $0 \le x \le 2$, $-1 \le y \le 2$.
7. $z = \sin x + \sin y + \sin(x+y)$; $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$, $0 \le y \le \frac{\pi}{2}$.
8. $z = x^2 y$; $x^2 + y^2 \le 1$.
9. $z = x^2 - y^2$; $x^2 + y^2 \le 1$.
10. $z = 1 + x + 2y$; $x \ge 0$, $y \ge 0$; $x + 1 \le 1$.
11. $z = 1 + x + 2y$; $x \ge 0$; $x - y \le 1$.
12. $z = 3x + 4y + 5$; $x^2 + y^2 \le 1$.
13. $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27$; $0 \le x \le 3$, $0 \le y \le 3$.
14. $z = x^2 + 2y^2 + 1$; $x \ge 0$, $y \ge 0$; $x + y \le 3$.
15. $z = x^2 + 3y^2 + x - y$; $x \ge 1$, $y \ge -1$; $x + y \le 1$.
16. $z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4$; $x \ge -1$, $y \ge 0$; $x + y \le 1$.
17. $z = 10 + 2xy - x^2$; $0 \le y \le 4 - x^2$.
18. $z = x^2 + 2xy - y^2 + 4x$; $x \le 0$, $y \le 0$; $x + y + 2 \ge 0$.
19. $z = x^2 + xy - 2$; $4x^2 - 4 \le y \le 0$.
20. $z = x^2 + xy$; $-1 \le x \le 1$, $0 \le y \le 3$.

VII. Даны функция z = f(x,y), точка $A(x_0, y_0)$ и вектор $a(a_1, a_2)$. Найти:

- gradZ в точке А;
- производную в точке А по направлению вектора А.

1. $z = x^2 + xy + y^2$; A (1,1), a (2,-1).
2. $z = 2x^2 + 3xy + y^2$; A (2,1), a (3,-4).
3. $z = \ln(5x^2 + 3y^2)$; A (1,1), a (3,2).
4. $z = \ln(5x^2 + 4y^2)$; A (1,1), a (2,-1).
5. $z = 5x^2 + 6xy$; A (2,1), a (1,2).
6. $z = arcctg(xy^2)$; A (2,3), a (4,-3).
7. $z = \arcsin\frac{x^2}{y}$; A (1,2), a (5,-12).
8. $z = \ln(3x^2 + 4y^2)$; A (1,3), a (2,-1).
9. $z = 3x^4 + 2x^2y^3$; A (-1,2), a (4,-3).
10. $z = 3x^2y^2 + 5xy^2$; A (1,1), a (2,1).
11. $z = x^2 + 2xy + y^2$; A (1,1), a (1,1).
12. $z = 2x^2 + y^2$; A (0,1), a (1,2).
13. $z = 3x^2y^3 + x^2$; A (2,1), a (-1,1).
14. $z = x^4 + 3x^3y^2$; A (1,3), a (2,1).
15. $z = x^2 + 2xy$; A (2,-1), a (-1,1).
16. $z = x^2 + 3x^3y^3$; A (1,2), a (-2,1).
17. $z = \arcsin xy$; A (1,2), a (2,3).
18. $z = \ln(x^2 + y^2)$; A (2,3), a (1,2).
19. $z = \ln(x^2 + 2y^2)$; A (1,1), a (2,-1).
20. $z = 2x^2 + 2xy + 2y^2$; A (1,1), a (2,-1).

I. Вычислить следующие неопределённые интегралы**:**

.	$\int x\sqrt{x+2}dx;$	$\int \frac{dx}{x^2+8x+7};$	$\int \cos 5x\cos xdx;$
.	$\int x\sqrt{a+x^2}dx;$	$\int \frac{(2x-3)dx}{x^2+2x+5};$	$\int \sin 3x\sin xdx;$
.	$\int \frac{dx}{\sin^2 5x};$	$\int \frac{(2x-1)dx}{x^2+3x};$	$\int \cos\frac{x}{2}\cos\frac{x}{3}dx;$
.	$\int \frac{x}{\sqrt{x-1}}dx;$	$\int \frac{(1+x)dx}{x-x^2};$	$\int \cos x\cos 3x\sin 5x$
.	$\int \frac{\sin xdx}{\sqrt{1+2\cos x}};$	$\int \frac{4dx}{3x^2+8x-2};$	$\int \sin\frac{x}{12}\cos\frac{x}{3}dx;$
.	$\int \frac{\cos xdx}{\sqrt[3]{3+5\sin x}};$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+6x+5}};$	$\int \sin^3 xdx;$
.	$\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}};$	$\int \frac{dx}{\sqrt{x(x+3)}};$	$\int \cos^5 xdx;$
.	$\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx;$	$\int \frac{(x-1)dx}{\sqrt{x^2-4x}};$	$\int ctg^5 xdx;$
.	$\int \frac{dx}{x(2+\ln x)};$	$\int \sqrt{2-x-x^2}dx;$	$\int \frac{dx}{\cos x\sin^3 x};$
0.	$\int x\sqrt{x-2}dx;$	$\int \sqrt{2x-x^2}dx;$	$\int \sin\frac{x}{3}\cos\frac{x}{3}dx;$
1.	$\int \frac{\sin xdx}{\sqrt{1+4\cos^2 x}};$	$\int \sqrt{3+2x-x^2}dx;$	$\int \cos^2 3xdx;$
2.	$\int \frac{dx}{x\ln^3 x};$	$\int \sqrt{x^2+6x}dx;$	$\int \sin^4 xdx;$
3.	$\int \sqrt[5]{x^3+2}x^2dx;$	$\int \sqrt{x^2-4x+1}dx;$	$\int \sin^3 x\cos^3 xdx;$
4.	$\int \frac{dx}{x\ln^2 x};$	$\int \frac{2x+3}{x^2-5x+7}dx;$	$\int \frac{\cos x}{1+\cos x}dx;$
5.	$\int (x-1)\sqrt{x+1}dx;$	$\int \frac{dx}{4x^2+4x-3};$	$\int \frac{dx}{\sin x};$
6.	$\int \frac{xdx}{x^2-1};$	$\int \frac{(7x-15)dx}{x^3-2x^2+5x};$	$\int \frac{dx}{\cos x};$
7.	$\int \sqrt{16-x^2}dx;$	$\int \frac{dx}{x(x+1)^2};$	$\int \frac{dx}{\sin x\cos x};$
8.	$\int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x}dx;$	$\int \frac{dx}{x^3-x};$	$\int \sin^2\frac{x}{7}dx;$
9.	$\int \frac{x^3dx}{\sqrt{x^2+4}};$	$\int \frac{xdx}{x^2-4x+9};$	$\int \frac{\sin x}{\sqrt{4-\cos^2 x}}dx;$
0.	$\int x\sqrt{a^2-x^2}dx;$	$\int \frac{x^5+1}{16-x^4}dx;$	$\int \frac{\sin^2 x}{\cos^4 x}dx.$

II. Вычислить несобственный интеграл или установить егорасходимость.

1. $\int\limits_{-\infty}^{0} e^{x} dx;$ 2. $\int\limits_{1}^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx;$ 3. $\int\limits_{0}^{+\infty} e^{-\sqrt{x}} dx;$ 4. $\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{xdx}{(1+x^2)^2};$

5. $\int\limits_{0}^{\infty} \cos x dx;$ 6. $\int\limits_{0}^{1} \ln x dx;$ 7. $\int\limits_{1}^{2} \frac{dx}{x^2 - x - 2};$ 8. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 4x + 7};$

9. $\int\limits_{0}^{1/3} \frac{dx}{x \ln^2 x};$ 10. $\int\limits_{1}^{3} \frac{dx}{(x-2)^2};$ 11. $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{dx}{4x^2 + 1};$ 12. $\int\limits_{-\infty}^{0} e^{-x^2} xdx;$

13. $\int\limits_{0}^{\infty} e^{-5x} dx;$ 14. $\int\limits_{0}^{1} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}};$ 15. $\int\limits_{-1}^{0} \frac{dx}{\sqrt{(x+1)^3}};$ 16. $\int\limits_{-\pi/2}^{0} tgx dx;$

17. $\int\limits_{1}^{2} \frac{xdx}{x-1};$ 18. $\int\limits_{\pi/2}^{\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx;$ 19. $\int\limits_{1}^{2} \frac{dx}{\ln x};$ 20. $\int\limits_{0}^{1/2} \frac{dx}{x \ln^2 x}.$

III. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси Ох кривой $f(x)$ и вычислить площадь его наибольшего продольного сечения. Сделать чертёж.

1. $x = y^2, \quad x = 1, \quad y = 0;$
2. $xy = 4, \quad x = 1, \quad y = 0;$
3. $xy = -2, \quad x = 1, \quad x = 2, \quad y = 0;$
4. $y = x^3, \quad x = 2, \quad y = 0;$
5. $y = (x+4)^3, \quad x = 0;$
6. $y = \sin x, \quad (0 \le x \le \pi), \quad y = 0;$
7. $y = \sin^2 x, \quad (0 \le x \le \pi), \quad y = 0;$
8. $y = 4x - x^2, \quad y = x;$
9. $x = 5y^2, \quad x = 1, \quad y = 0;$
10. $xy = -4, \quad x = 1, \quad x = 2, \quad y = 0;$
11. $y = \cos x, \quad \left(0 \le x \le \frac{\pi}{2}\right), \quad y = 0;$
12. $y = \cos^2 x, \quad \left(0 \le x \le \frac{\pi}{2}\right);$
13. $y = e^x, \quad x = 0, \quad y = 0;$
14. $y = 4x^3, \quad x = -1, \quad y = 0;$
15. $y = 1 + 8x^3, \quad x = -\frac{1}{2}, \quad y = 1;$
16. $y = -4x^3, \quad x = 0, \quad y = -4;$
17. $x^2 + y = 0, \quad x = 0, \quad y = -1;$
18. $x^2 - y = 0, \quad x = 0, \quad y = 1;$
19. $x^2 + 2 = 0, \quad x = 1, \quad y = 0;$
20. $x - y^2 = 0, \quad x = 0, \quad y = 1.$

IV. Решить задачу, используя приложения определённых интегралов.

1. Найти статические моменты относительно осей координат отрезка прямой линии $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, заключённого между осями координат.

2. Найти статические моменты прямоугольника со сторонами a и b относительно его сторон.

3. Найти статические моменты относительно координатных осей и координаты центра тяжести треугольника, ограниченного прямыми: $x + y = a, \quad x = 0$ и $y = 0$.

4. Найти статические моменты относительно координатных осей и координаты центра тяжести дуги астроиды $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$, лежащих в первом квадрате.

5. Найти координаты центра тяжести фигуры, ограниченной эллипсом $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ и координатными осями (

$x \ge 0, \quad y \ge 0$).

6. Найти координаты центра тяжести фигуры, ограниченной кривыми: $y = x^2, \quad y = \sqrt{x}$.

7. Найти момент инерции окружности радиуса a относительно её диаметра.

8. Найти момент инерции прямоугольника со сторонами a и b относительно его сторон.

9. Найти моменты инерции площади эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ относительно его главных осей.

10. Скорость тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью υ_0, без учёта сопротивления воздуха, даётся формулой $\upsilon = \upsilon_0 - gt$, где t - протекшее время, g - ускорение силы тяжести. На каком расстоянии начального положения будет находиться тело через t сек от момента бросания?

11. Скорость тела, брошенного вертикально вверх с начальной скоростью υ_0, с учётом сопротивления воздуха, даётся формулой $\upsilon = c \cdot tg\left(-\frac{g}{c} t + arctg \frac{\upsilon_0}{c} \right)$, где t - протекшее время, g - ускорение силы тяжести и *c*-постоянная. Найти высоту поднятия тела.

12. Найти массу стержня длины *l=100* см, если линейная плотность стержня на расстоянии *x* см от одного из его концов равна $\delta = \left(2 + 0{,}001x^2\right)\frac{г}{см}$.

13. Вертикальный треугольник с основанием b и высотой h погружён в воду вершиной вниз так, что его основание находится на поверхности воды. Найти силу давления воды.

14. Вычислить кинетическую энергию прямого круглого конуса массы *M*, вращающегося с угловой скоростью ω около своей оси, если радиус основания конуса *R*, а высота *H*.

15. Скорость движения точки $\upsilon = te^{-0{,}01t}$ $м/сек$. Найти путь, пройденный точкой от начала движения до полной остановки.

16. Вычислить работу, которую необходимо затратить, чтобы выкачать воду из конического сосуда, обращённого вершиной вниз, радиус основания которого равен *R* и высота *H*.

17. Найти статические моменты относительно координатных осей и координаты центра тяжести треугольника, ограниченного прямой $x + 2y = 4$ и осями координат.

18. Найти центр тяжести дуги окружности радиуса *a*, стягивающей угол 2α.

19. Найти центр тяжести фигуры, ограниченной кривыми $y^2 = 2px$ и $x^2 = 2py$.

20. Вычислить работу, которую необходимо затратить, чтобы выкачать масло через верхнее отверстие из цистерны, имеющей форму цилиндра с горизонтальной осью, если удельный вес масла γ, длина цистерны *H* и радиус основания *R*.

Задания для контрольной работы №4

Задача 1. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле. Сделать чертеж области интегрирования.

1. $\int_0^1 dx \int_{x^2}^{x} f(x,y)dy$.

2. $\int_{-1}^{1} dy \int_{y^2}^{2-y^2} f(x,y)dx$.

3. $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{2-x}^{\sqrt{4-x^2}} f(x,y)dy$.

4. $\int\limits_{0}^{1} dy \int\limits_{1-y}^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$.

5. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{x^2}^{2-x} f(x,y)dy$.

6. $\int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{-\sqrt{1-y^2}}^{2-y} f(x,y)dx$.

7. $\int\limits_{1}^{2} dx \int\limits_{\sqrt{2x-x^2}}^{x} f(x,y)dy$.

8. $\int\limits_{-1}^{0} dy \int\limits_{-y}^{\sqrt{-y}} f(x,y)dx$.

9. $\int\limits_{0}^{2} dx \int\limits_{x}^{\sqrt{8-x^2}} f(x,y)dy$.

10. $\int\limits_{-2}^{2} dy \int\limits_{-3}^{1-y^2} f(x,y)dx$.

Задача 2. Вычислить объем тела, ограниченного указанными поверхностями. Сделать рисунок данного тела и его проекции на плоскость xOy.

1. $z = x^2, \quad y = 3, \quad z = 4, \quad y = 0$.
2. $y = x^2, \quad y = 25, \quad z = 0, \quad z = 25$.
3. $y + x = 2, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad z = 9 - y^2$.
4. $x = y^2, \quad z = 16 - y^2, \quad z = 0, \quad x = 16$.
5. $16z + x = 16, \quad z = 0, \quad x = 16$.
6. $z = x^2, \quad z = 0, \quad y = 0, \quad y = 2, \quad x = -3$.
7. $x^2 + y = 0, \quad z = x^2, \quad z = 1, \quad y = -1$.
8. $z = x^2, \quad y = 5, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad x = 2$.
9. $z = 4 + y^2, \quad x + y = 4, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0$.
10. $y = x^2, \quad 4z + y = 4, \quad z = 0$.

Задача 3.

1. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $x = 0, \quad x = 1, \quad y = 0, \quad y = 1, \quad z = 0, \quad z = 1$, если плотность $\mu(x,y,z) = x + y + z$.

2. Найти массу и среднюю плотность круглого конуса с радиусом R и высотой $H = 4$, если плотность в каждой точке пропорциональна квадрату расстояния от точки до плоскости, проходящей через вершину конуса параллельно плоскости основания, и в центре основания равна γ_0.

3. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $x^2 - y^2 = z, \quad x^2 + y^2 = 1, \quad z = 0 \ (z > 0)$, если плотность в каждой точке пропорциональна аппликате z, а наибольшее значение плотности равно γ_0.

4. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 4, \quad x^2 + y^2 = 8z, \quad x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0 \ (x \geq 0, \ y \geq 0)$, если плотность $\mu(x,y,z) = 5x$.

5. Найти массу и среднюю плотность квадратной пластинки со стороной $2a$, если плотность в каждой точке пропорциональна квадрату расстояния от точки пересечения диагоналей и на углах квадрата равна единице.

6. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $x^2+y^2=2az,\quad x^2+y^2+z^2=3a^2\ (z>0)$, если плотность в каждой точке равна сумме квадратов координат.

7. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $x^2-y^2=az,\quad x^2+y^2=a^2,\quad z=0\ (z>0)$, если плотность в каждой точке пропорциональна аппликате z, а наибольшее значение плотности равно γ_0.

8. Плотность шара $x^2+y^2+z^2\le 2Rz$ в каждой точке численно равна квадрату расстояния от точки до начала координат. Найти массу и среднюю плотность тела.

9. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $x^2+y^2+z^2=4,\quad x^2+y^2=z^2,\quad x=0,\quad y=0\ (x\ge 0,\ y\ge 0,\ z\ge 0)$, если плотность $\mu(x,y,z)=6z$.

10. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $x^2+y^2-z^2=1,\quad z=0,\quad z=1$, если плотность в каждой точке пропорциональна аппликате z и в плоскости $z=1$ равна γ_0.

Задача 4. Исследовать на сходимость числовой ряд с помощью достаточных признаков сходимости.

1. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3n-1}{2^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{2n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$.

2. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+2}{n!}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n-1}{2n}\right)^{2n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^3+1}$.

3. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+2}{3^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{25n-1}\right)^{\frac{n}{2}}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4n^2+4n}$.

4. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(2n-1)!}{n^2}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+2}{2n-1}\right)^{3n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2+n}{5(1+n^4)}$.

5. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{2^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{(2n+5)^5}}$.

6. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{\sqrt[3]{2^n}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n+4}{2n-1}\right)^{n^2}$; в) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$.

7. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{3n}\right)^{4n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3^{-\frac{1}{n^2}}}{2n^3}$.

8. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+7}{4^{n+1}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5n-2}{n}\right)^{3n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[4]{(4n+5)^3}}$.

9. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{3^n n!}$ б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{3n+1}\right)^{\frac{n}{4}}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^{-\sqrt{n+1}}}{\sqrt{n+1}}$.

10. а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)!}{(n+1)^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{4n+2}{n+1}\right)^{4n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3+8n)\ln^3(3+8n)}$.

Задача 5. Найти область сходимости степенного ряда.

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(0,1)^n}{n}(x+1)^n$.

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x+5)^n}{(n+1)^n}$.

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-4)^n}{n\sqrt[3]{n}}$.

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3^n(x-2)^n}{\sqrt{n}}$.

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-3)^n}{(n+1)\ln(n+1)}$.

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x+7)^n}{3^n}$.

7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}(x+2)^n}{n!}$.

8. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-5)^n}{8^n(n^2+1)}$.

9. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x+3)^n}{(n+1)4^n}$.

10. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(2n-1)(x+3)^n$.

Задача 6. Вычислить определенный интеграл с точностью до 0,0001, разложив подынтегральную функцию в степенной ряд с дальнейшим его интегрированием.

1. $\int\limits_0^1 e^{\frac{x^2}{2}}dx$.

2. $\int\limits_0^1 \operatorname{arctg}\frac{x^2}{2}dx$.

3. $\int\limits_0^{\frac{1}{2}} x\operatorname{arctg}x\,dx$.

4. $\int\limits_0^1 x\sin x^2\,dx$.

5. $\int\limits_0^{\frac{1}{3}} e^{-x^2}dx$.

6. $\int\limits_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{1+x^4}dx$.

7. $\int\limits_0^1 \frac{\sin x^2}{x}dx$.

8. $\int\limits_0^1 x\ln(1+x^2)dx$.

9. $\int\limits_0^{\frac{1}{4}} \ln(1+\sqrt{x})dx$.

10. $\int\limits_0^{\frac{1}{2}} \operatorname{arctg}x^2\,dx$.

Задача 7. Разложить в ряд Фурье 2ℓ-периодическую функцию $f(x)$, заданную на интервале: $-\ell<x<\ell$.

1. $f(x)=2x$, $\ell=1$.

2. $f(x)=|x-5|$, $\ell=2$.

3. $f(x)=\frac{3-x}{3}$, $\ell=3$.

4. $f(x)=2-|x|$, $\ell=2$.

5. $f(x)=3x-1$, $\ell=1$.

6. $f(x)=2|x|-1$, $\ell=1$.

7. $f(x)=x+1$, $\ell=2$.

8. $f(x)=3-2x$, $\ell=3$.

9. $f(x)=|x|+1$, $\ell=2$.

10. $f(x)=1+2x$, $\ell=1$.

Задача 1. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям.

1. $y'\cos x+y\sin x=1,\quad y(0)=0.$
2. $xy'+(x+1)y=3x^2e^{-x},\quad y(-1)=0.$
3. $y'-y\operatorname{ctg}x=\sin 2x,\quad y\left(\frac{\pi}{4}\right)=0.$
4. $y'+2xy=xe^{-x^2},\quad y(0)=1.$
5. $x^2y'=2xy+3,\quad y(1)=1.$
6. $x(y'-y)=e^x,\quad y(1)=1.$
7. $y'+y\operatorname{ctg}x-\cos x=0,\quad y\left(\frac{\pi}{2}\right)=0.$
8. $xy'-y=x\ln x,\quad y(1)=1.$
9. $y'+2xy=e^{-x^2}\sin x,\quad y(0)=1.$
10. $xy'-5y=e^x x^6,\quad y(1)=0.$

Задача 2. Найти общее решение дифференциального уравнения.

1. $y'''=\frac{1}{x}.$

2. $y'''=\frac{\ln x}{x^2}.$

3. $y'''=\sin^2 x.$

4. $y''x\ln x=y'.$

5. $y'''\operatorname{tg}x=2y''.$

6. $xy''=(1+2x^2)y'.$

7. $2xy'y''=y'^2+1$

8. $y''(x^2+1)=2xy'.$

9. $yy''=1+y'^2.$

10. $2y'^2=(y-1)y''.$

Задача 3. Найти частное решение дифференциального уравнения.

1. $y''+y'=6x^2-7,\quad y(0)=1,\quad y'(0)=2.$
2. $y''+2y'+2y=2x^2+8x+6,\quad y(0)=2,\quad y'(0)=5.$
3. $y''-4y'+5y=5x^2-4,\quad y(0)=0{,}08,\quad y'(0)=0{,}6.$
4. $y''+y=x^3-4x^2+7x-10,\quad y(0)=2,\quad y'(0)=6.$
5. $y''-y'-2y=9e^{2x},\quad y(0)=2,\quad y'(0)=13.$
6. $4y''+16y'+15y=4e^{-\frac{3}{2}x},\quad y(0)=3,\quad y'(0)=-5{,}5.$
7. $y''+2y'+5y=13e^{2x},\quad y(0)=1,\quad y'(0)=4.$
8. $y''-6y'+5y=8\cos x+38\sin x,\quad y(0)=5,\quad y'(0)=-6.$
9. $y''+4y=4\cos 2x-12\sin 2x,\quad y(0)=1,\quad y'(0)=-1.$
10. $y''+5y'+6y=52\sin 2x,\quad y(0)=-2,\quad y'(0)=2.$

Задача 4.

1. При включении зажигания двигатель, независимо от остальных включений, начинает работать с вероятностью 0,7. Найти вероятность того, что: а) двигатель заработает при втором включении зажигания; б) для ввода двигателя в работу зажигание придется включать не менее четырех раз.

2. Человек забыл номер кода на дверном замке и помнит только, что этот код состоит их двух различных нечетных цифр. Какова вероятность того, что он с двух раз наберет код правильно?

3. В урне лежат 10 белых, 18 черных и 12 красных шаров. Случайным образом из урны вынимают два шара.

Определить вероятность того, что вынутые шары окажутся разного цвета, если известно, что среди вынутых шаров нет белого.

4. На складе находится 8 костюмов 48-го размера, 12 костюмов 50-го размера и 10 костюмов 52-го размера. Случайным образом выбирают два костюма. Найти вероятность того, что они окажутся: а) одного размера; б) разных размеров.

5. В шахматном турнире участвуют 20 человек, которые по жребию разбиваются на две группы по 10 человек. Найти вероятность того, что двое наиболее сильных игроков попадут в разные группы.

6. На пяти карточках написаны буквы М, О, О, Р, Т. После тщательного перемешивания берут по одной карточке и кладут последовательно рядом: а) три карточки; б) пять карточек. Какова вероятность того, что получится слово: а) ТОР, б) МОТОР?

7. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель равна 0,7 для первого стрелка, 0,8 – для второго стрелка и 0,9 – для третьего стрелка. Найти вероятность того, что: а) все три стрелка попадут в цель; б) по крайней мере, два стрелка попадут в цель; в) только один стрелок попадет в цель.

8. Экзаменационный билет содержит три вопроса. Вероятность того, что студент ответит на первый и второй вопросы одинакова и равна 0,9, на третий – 0,8. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен, если для этого необходимо ответить: а) на все вопросы; б) по крайней мере, на два вопроса.

9. Два учебника по математике и три по физике произвольно расставлены на книжной полке. Какова вероятность того, что все учебники по одному предмету окажутся рядом?

10. Три предприятия заключают договор на поставку своей продукции. Вероятность выполнения договора первым предприятием равна 0,9, вторым – на 20% меньше, а третьим – 50 % от суммы двух первых вероятностей. Найти вероятность того, что договор выполнят: а) все три предприятия; б) только одно предприятие.

Задача 5.

1. Вероятность попадания стрелка в десятку равна 0,7, в девятку – 0,3. Чему равна вероятность того, что при трех выстрелах стрелок наберет не менее 29 очков.

2. Случайно встреченное лицо может оказаться с вероятностью 0,2 брюнетом, с вероятностью 0,3 – шатеном, с вероятностью 0,4 – блондином и с вероятностью 0,1 – рыжим. Найти вероятность того, что среди 5 встреченных лиц: а) не менее 3 блондинов; б) 2 шатена и 1 брюнет; в) хотя бы один рыжий.

3. Вероятность того, что семья имеет видеокамеру, равна 0,15. Какова вероятность того, что в десяти наугад выбранных семьях имеют видеокамеру: а) три семьи; б) не более трех.

4. Три элемента персонального компьютера работают независимо. Вероятность безотказной работы каждого элемента в течение времени t равна 0,8. Найти вероятность того, что на протяжении времени t: а) все элементы выйдут из строя; б) только два элемента работают безотказно; в) хотя бы один элемент будет работать исправно.

5. Какова вероятность того, что при 5 подбрасываниях монеты гербов выпадет больше, чем решек?

6. Вероятность того, что посетитель обувного магазина, сделает покупку, равна 0,4. Найти вероятность того, что из трех посетителей: а) только один приобретет обувь; б) ни один не сделает покупки; в) хотя бы двое посетителей приобретут обувь.

7. В люстре три лампы. Вероятность выхода из строя каждой лампы в течение года равна 0,2. Какова вероятность того, что в течение года придется заменить: а) две лампы; б) не более одной лампы; в) хотя бы одну лампу?

8. При установившемся технологическом процессе автомат производит 0,75 количества деталей 1-го сорта и 0,25 – 2-го сорта. Определить, что наиболее вероятно: получение трех первосортных деталей среди 5 наудачу отобранных или 4 первосортных среди 6 отобранных.

9. Игральный кубик подбрасывается 3 раза. Найти вероятность того, что четное число очков выпадет: а) два раза; б) ни разу; в) менее двух раз.

10. В семье пятеро детей. Найти вероятность того, что среди них: а) трое мальчиков; б) хотя бы один мальчик. Вероятности рождения мальчика и девочки считать одинаковыми.

Задача 6.

1. Найти вероятность того, что в результате 500 бросаний игральной кости выпадет 6 очков: а) ровно 50 раз; б) не менее 70 и не более 80 раз.

2. Партия изделий содержит 20% брака. Найти вероятность того, что среди 400 проверенных изделий попадется: а) не менее 50 и не более 90 бракованных изделий; б) ровно 50 бракованных изделий.

3. Семена некоторого растения прорастают с вероятностью 0,8. Найти вероятность того, что из 2000 посаженных семян прорастет: а) 1600 семян; б) не менее 1600 семян.

4. Монету бросают 400 раз. Какова вероятность того, что герб при этом выпадет: а) 200 раз; б) не менее 204, но не более 214 раз?

5. Саженец яблони приживается с вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что из 400 саженцев приживутся: а) 350 саженцев; б) более 250 саженцев?

6. Вероятность получить профессиональное заболевание для работников данного цеха равна 0,2. Найти вероятность того, что из 250 работников цеха заболеют: а) ровно 50; б) не более 50 человек.

7. Среди 1100 студентов 1% – левши. Какова вероятность того, что из общего числа студентов: а) ровно 11 левшей; б) не менее 20 левшей?

8. Игральный кубик подбрасывают 800 раз. Какова вероятность того, что число очков, кратное трем, выпадет не меньше 260 и не больше 274 раз?

9. Вероятность рождения мальчика равна 0,51. Найти вероятность того, среди 100 новорожденных окажется 50 мальчиков.

10. Вероятность приема каждого из 100 передаваемых сигналов равна 0,75. Найти вероятность того, что будет принято от 71 до 80 сигналов.

Задача 7.

1. Случайная величина *X* имеет непрерывную функцию распределения вида:

$$F(x)=\begin{cases} c_1, & \text{при } x<0; \\ c_2 x, & \text{при } 0\le x\le 2; \\ c_3, & \text{при } x>2. \end{cases}$$

Найти значения констант c_1, c_2, c_3 и вероятность того, что случайная величина *X* примет значение, большее, чем 1,5.

2. Средний размер дивидендов в акционерном обществе 12%. Оценить вероятность того, что в следующем месяце размер дивидендов будет: а) не более 20%; б) более 15%.

3. Вероятность изготовления нестандартной детали равна 0,1. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что доля нестандартных деталей из 1000 отобранных находится в границах от 0,08 до 0,11. Решить задачу с измененной правой границей (объяснить, почему это необходимо сделать). Уточнить результат, используя интегральную теорему Муавра – Лапласа.

4. Вероятность того, что изготовленный прибор будет соответствовать стандарту, равна 0,9. Используя неравенство Чебышева, оценить количество приборов, которое следует отобрать, чтобы доля стандартных приборов отличалась от вероятности 0,9 не более, чем на 0,03 (по абсолютной величине) с вероятностью, не меньшей 0,85.

5. Плотность вероятности случайной величины *X* имеет вид:

$$\varphi(x)=\begin{cases} a & \text{при } 0<x<1, \\ 0 & \text{при остальных значениях.} \end{cases}$$

Найти значение параметра *a*, функцию распределения случайной величины *X* и вероятность того, что случайная величина *X* примет значение, заключенное в промежутке от $1/2$ до $5/4$.

6. Дисперсия отдельного результата измерения равна 1. Сколько независимых измерений этой величины необходимо выполнить, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,95 можно было ожидать, что средняя арифметическая результатов измерений отличается от ее истинного значения не более чем на 0,01 (по абсолютной величине).

7. Длина изготовляемой детали является нормально распределенной случайной величиной со средним значением $a=1000$ мм и средним квадратическим отклонением $\sigma=2$ мм. Каких деталей окажется в партии больше – тех, у которых длина превосходит 103 мм или тех, у которых она заключена в пределах от 101 до 102 мм?

8. Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma=1$ мм и математическим ожиданием $a=0$. Найти вероятность того, что из двух независимых наблюдений ошибка хотя бы одного из них не превзойдет 1,28 мм (по абсолютной величине).

9. Вероятность того, что страховой договор завершится выплатой суммы, оценивается как 0,2. Почему нельзя с помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что из 1000 страховых договоров выплатой завершится от180 до 230 из них? Измерить левую границу так, чтобы применение неравенства Чебышева стало возможным. Решить задачу с измененной левой границей. Найти ту же вероятность по формуле Муавра–Лапласа и объяснить различие полученных результатов.

11. Станок-автомат изготавливает валики, контролируя их диаметры *X*. Считая, что случайная величина *X* распределена нормально, с параметрами $a=10$ мм, $\sigma=0{,}1$ мм, найти интервал, в котором с вероятностью 0,9973 будут заключены диаметры изготовленных валиков.

2.3. Перечень вопросов для подготовки обучающихся к промежуточной аттестации

1 семестр Вопросы к экзамену:

1. Виды матриц. Транспонирование, сложение, вычитание, умножение на число.
2. Определители второго и третьего порядка. Понятие об определителе п — го порядка.
3. Минор и алгебраическое дополнение определителя (квадратной матрицы).
4. Основные теоремы об определителях и их свойствах.
5. Произведение квадратных и прямоугольных матриц.
6. Присоединенная и обратная матрицы. Методика нахождения обратной матрицы.
7. Ранг матрицы. Определение ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. Собственные векторы и собственные значения матрицы.
8. Системы линейных уравнений. Запись неоднородных систем в матричной и векторной форме. Теорема Кронекера - Капелли.

9. Система n линейных неоднородных уравнений с n неизвестными и ее решение методом Крамера и с помощью обратной матрицы.
10. Однородные системы n линейных уравнений с n неизвестными.
11. Элементарные преобразования систем линейных уравнений. Метод последовательного исключения неизвестных Жордана - Гаусса.
12. Векторы на плоскости и в трехмерном пространстве. Линейные операции над векторами.
13. Линейно зависимые и линейно независимые векторы. Базис на плоскости и в трехмерном пространстве.
14. Разложение вектора по координатному базису. Деление отрезка в заданном отношении.
15. Скалярное произведение векторов, его свойства и вычисление. Длина вектора. Угол между векторами. Условие ортогональности.
16. «-мерный вектор и векторное пространство Rn , его базис.
17. Евклидово пространство и его свойства.
18. Понятие об уравнении поверхности и линии в трехмерном пространстве. Уравнение плоскости, проходящей через точку.
19. Общее уравнение плоскости и его частные случаи. Угол между плоскостями, условие перпендикулярности и параллельности плоскостей.
20. Прямая в пространстве. Общее и каноническое уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через две точки.
21. Прямая на плоскости. Различные виды уравнений прямой. Угол между прямыми. Условие перпендикулярности и параллельности прямых.
22. Общее уравнение линии второго порядка. Каноническое уравнение окружности.
23. Эллипс и его каноническое уравнение. Эксцентриситет и директрисы эллипса.
24. Гипербола и ее каноническое уравнение. Асимптоты, эксцентриситет и директрисы гиперболы.
25. Парабола и ее каноническое уравнение.
26. Комплексные числа. Алгебраическая форма.
27. Геометрическое изображение комплексного числа.
28. Тригонометрическая форма комплексного числа.
29. Показательная форма комплексного числа.
30. Основные действия над комплексными числами (сложение, вычитание, умножение, деление)
31. Возведение в степень комплексного числа. Формула Муавра.
32. Извлечение корня из комплексного числа.
33. Понятие функции. Основные элементарные функции и их графики. Особенности поведения функций.
34. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности.
35. Предел функции. Односторонние пределы функции (слева и справа). Основные теоремы о пределах.
36. Бесконечно малые и бесконечно большие функции при x xO (x ±oo).
37. Сравнение бесконечно малых.
38. Первый и второй замечательные пределы.
39. Использование эквивалентных бесконечно малых при отыскании предела функций. Раскрытие простейших неопределенностей.
40. Производная функции, ее геометрический и экономический смысл.
41. Правила и формулы дифференцирования. Дифференцирование сложной функции.
42. Логарифмическое дифференцирование. Дифференцирование неявных функций.
43. Производные высших порядков.
44. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя.
45. Монотонные функции. Условие возрастания и убывания функции.
46. Экстремумы функции. Необходимые условия экстремумов. Достаточные условия экстремумов.
47. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.
48. Асимптоты графика функции.
49. Общая схема исследования функции и построение графика.
50. Дифференциал функции и его геометрический смысл5
51. Применение дифференциала в приближенных вычисления.
52. Многочлен Тейлора и формула Тейлора.
53. Основные понятия, область определения, способы задания, виды экономических функций.
54. Предел и непрерывность функции двух переменных.
55. Частные производные функции нескольких переменных.
56. Полное приращение и полный дифференциал.
57. Производная по направлению и градиент, связь между ними.
58. Экстремум функции нескольких переменных. Условие экстремума.
59. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.
60. Понятие об эмпирических формулах. Метод наименьших квадратов.
61. Асимптоты графика функции.
62. Общая схема исследования функции и построение графика.
63. Дифференциал функции и его геометрический смысл.
64. Применение дифференциала в приближенных вычисления.
65. Многочлен Тейлора и формула Тейлора.

2 семестр Вопросы к зачету:

1. Первообразная и неопределенный интеграл.
2. Основные свойства неопределенного интеграла.
3. Непосредственное интегрирование. Интегрирование подстановкой и по частям.
4. Интегрирование некоторых функций, содержащих квадратный трехчлен.

5. Рациональные дроби. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование.
6. Понятие определенного интеграла как предела интегральной суммы.
7. Формула Ньютона-Лейбница. Основные свойства определенного интеграла.
8. Вычисление определенного интеграла методом подстановки и по частям.
9. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования и от разрывных функций.
10. Приложение определенного интеграла для вычисления площадей плоских фигур, длин дуг, объема тел вращения.
11. Приближенное вычисление определенных интегралов.
12. Основные понятия. Дифференциальные уравнения первого порядка. Теорема о существование и единственности решения.
13. Дифференциальные уравнения с разделяющими переменными.
14. Однородные и линейные уравнения первого порядка.
15. Уравнение Бернулли.
16. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
17. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
18. Линейные неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.
19. Числовой ряд. Сумма ряда. Необходимый признак сходимости.
20. Достаточные признаки сходимости знакоположительного ряда: признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак сходимости.
21. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
22. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.
23. Функциональные ряды. Область сходимости.
24. Степенные ряды. Теорема Абеля. Область сходимости степенного ряда.
25. Ряды Тейлора и Маклорена.
26. Разложение в ряд Маклорена элементарных функций.
27. Применение рядов Тейлора и Маклорена к приближенным вычислениям.
28. Ряды Фурье.

3 семестр Вопросы к экзамену

Предмет теории вероятностей. Случайное событие. Классификация событий.

Операции над событиями (алгебра событий). Диаграмма Венна. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики.

Относительная частота события и статическая вероятность. Геометрическая вероятность.

Совместные и несовместные случайные события. Теорема сложения вероятностей.

Условные вероятности. Теорема умножения вероятностей.

Вероятность появления хотя бы одного события.

Формула полной вероятности. Формулы вероятности гипотез (формулы Байеса).

Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теорема Лапласа. Формула Пуассона.

Случайные величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Функция распределения вероятностей и ее свойства.

Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Биномиальное распределение.
Распределение Пуассона. Геометрическое распределение.

Операции над независимыми дискретными величинами.

Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины и его свойства. Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал.

Основные числовые характеристики случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение).

Мода, медиана, начальные и центральные моменты случайных величин, коэффициент асимметрии и эксцесс.

Равномерный закон распределения вероятностей и его числовые характеристики.

Показательный закон распределения случайной величины.

Нормальный закон распределения вероятностей и его параметры.

Вероятность попадания в заданный интервал нормально распределенной случайной величины. Вероятность ее отклонения от математического ожидания. Правило «трех сигм»

Понятие о распределениях «хи квадрат» Пирсона, Стьюдента, Фишера.

Система двух случайных величин и ее числовые характеристики.

Закон больших чисел. Теорема Бернулли об устойчивости частот. Теорема Чебышева об устойчивости средних. Центральная предельная теорема Ляпунова.

Основные задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупность. Репрезентативность выборки.

Вариационные ряды для дискретных и непрерывных случайных величин и их графическое изображение.

Эмпирическая функция распределения относительных частот. Гистограмма относительных частот.

Числовые характеристики вариационных рядов: выборочная, средняя, выборочная дисперсия, выборочное среднее квадратическое отклонение, мода, медиана и др.

Точечные оценки параметров генеральной совокупности: смещенные, состоятельные и эффектные. Исправленная выборочная дисперсия.

Интервальные оценки параметров генеральной совокупности. Доверительный интервал. Доверительная вероятность(надежность).

Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения при неизвестном среднеквадратическом отклонении.

Понятие статической гипотезы и основные этапы ее проверки.

Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию Пирсона.

1. Функциональная, статическая и корреляционная зависимость. Линейная парная регрессия.
2. Выборочный коэффициент корреляции и его свойства.
3. Корреляционная таблица. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии регрессии по сгруппированным данным.

3. Методические материалы, определяющие процедуру и критерии оценивания сформированности компетенций при проведении промежуточной аттестации

Критерии формирования оценок по ответам на вопросы, выполнению тестовых заданий

- оценка **«отлично»** выставляется обучающемуся, если количество правильных ответов на вопросы составляет 100 – 90% от общего объёма заданных вопросов;

- оценка **«хорошо»** выставляется обучающемуся, если количество правильных ответов на вопросы – 89 – 76% от общего объёма заданных вопросов;

- оценка **«удовлетворительно»** выставляется обучающемуся, если количество правильных ответов на тестовые вопросы –75–60 % от общего объёма заданных вопросов;

- оценка **«неудовлетворительно»** выставляется обучающемуся, если количество правильных ответов – менее 60% от общего объёма заданных вопросов.

Критерии формирования оценок по результатам выполнения заданий

«Отлично/зачтено» – ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов.

«Хорошо/зачтено» – ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов.

«Удовлетворительно/зачтено» – ставится за работу, если обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой ошибки и двух недочетов.

«Неудовлетворительно/не зачтено» – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки «удовлетворительно» или правильно выполнено менее 2/3 всей работы.

Виды ошибок:

- *грубые ошибки: незнание основных понятий, правил, норм; незнание приемов решения задач; ошибки, показывающие неправильное понимание условия предложенного задания.*

- *негрубые ошибки: неточности формулировок, определений; нерациональный выбор хода решения.*

- *недочеты: нерациональные приемы выполнения задания; отдельные погрешности в формулировке выводов; небрежное выполнение задания.*

Критерии формирования оценок по результатам выполнения контрольной работы

«Отлично/зачтено» – ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов.

«Хорошо/зачтено» – ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов.

«Удовлетворительно/зачтено» – ставится за работу, если обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой ошибки и двух недочетов.

«Неудовлетворительно/не зачтено» – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки «удовлетворительно» или правильно выполнено менее 2/3 всей работы.

Критерии формирования оценок по зачету

«Зачтено»» - обучающийся демонстрирует знание основных разделов программы изучаемого курса: его базовых понятий и фундаментальных проблем; приобрел необходимые умения и навыки, освоил вопросы практического применения полученных знаний, не допустил фактических ошибок при ответе, достаточно последовательно и логично излагает теоретический материал, допуская лишь незначительные нарушения последовательности изложения и некоторые неточности.

«Не зачтено»» - выставляется в том случае, когда обучающийся демонстрирует фрагментарные знания основных разделов программы изучаемого курса: его базовых понятий и фундаментальных проблем. У экзаменуемого слабо выражена способность к самостоятельному аналитическому мышлению, имеются затруднения в изложении материала, отсутствуют необходимые умения и навыки, допущены грубые ошибки и незнание терминологии, отказ отвечать на дополнительные вопросы, знание которых необходимо для получения положительной оценки

Критерии формирования оценок по экзамену

«Отлично» (5 баллов) – обучающийся демонстрирует знание всех разделов изучаемой дисциплины: содержание базовых понятий и фундаментальных проблем; умение излагать программный материал с демонстрацией конкретных примеров. Свободное владение материалом должно характеризоваться логической ясностью и четким видением путей применения полученных знаний в практической деятельности, умением связать материал с другими отраслями знания.

«Хорошо» (4 балла) – обучающийся демонстрирует знания всех разделов изучаемой дисциплины: содержание базовых понятий и фундаментальных проблем; приобрел необходимые умения и навыки, освоил вопросы практического применения полученных знаний, не допустил фактических ошибок при ответе, достаточно последовательно и логично излагает теоретический материал, допуская лишь незначительные нарушения последовательности изложения и некоторые неточности. Таким образом данная оценка выставляется за правильный, но недостаточно полный ответ.

«Удовлетворительно» (3 балла) – обучающийся демонстрирует знание основных разделов программы изучаемого курса: его базовых понятий и фундаментальных проблем. Однако знание основных проблем курса не подкрепляются конкретными практическими примерами, не полностью раскрыта сущность вопросов, ответ недостаточно логичен и не всегда последователен, допущены ошибки и неточности.

«Неудовлетворительно» (0 баллов) – выставляется в том случае, когда обучающийся демонстрирует фрагментарные знания основных разделов программы изучаемого курса: его базовых понятий и фундаментальных проблем. У экзаменуемого слабо выражена способность к самостоятельному аналитическому мышлению, имеются затруднения в изложении материала, отсутствуют необходимые умения и навыки, допущены грубые ошибки и незнание терминологии, отказ отвечать на дополнительные вопросы, знание которых необходимо для получения положительной оценки.

Экспертный лист
оценочных материалов для проведения промежуточной аттестации по дисциплине «Математика»

Направление подготовки / специальность

23.05.04 Эксплуатация железных дорог

(код и наименование)

Направленность (профиль)/специализация

Магистральный транспорт
(наименование)

специалист

1. Формальное оценивание		
Показатели	Присутствуют	Отсутствуют
Наличие обязательных структурных элементов:	+	
– титульный лист	+	
– пояснительная записка	+	
– типовые оценочные материалы	+	
– методические материалы, определяющие процедуру и критерии оценивания	+	

Содержательное оценивание			
Показатели	Соответствует	Соответствует частично	Не соответствует
Соответствие требованиям ФГОС ВО к результатам освоения программы	+		
Соответствие требованиям ОПОП ВО к результатам освоения программы	+		
Ориентация на требования к трудовым функциям ПС (при наличии утвержденного ПС)	+		
Соответствует формируемым компетенциям, индикаторам достижения компетенций	+		

Заключение: ФОС рекомендуется/ не рекомендуется к внедрению; обеспечивает/ не обеспечивает объективность и достоверность результатов при проведении оценивания результатов обучения; критерии и показатели оценивания компетенций, шкалы оценивания обеспечивают/ не обеспечивают проведение всесторонней оценки результатов обучения.

Эксперт: доцент кафедры педагогики и социологии ФГБОУ ВО ОГПУ, к.п.н., доцент

____________________ / Конькина Е.В.

(подпись)