

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Попов Анатолий Николаевич  
Должность: директор  
Дата подписания: 10.12.2024 15:54:40  
Уникальный программный ключ:  
1e0c38dcc0aee73cee1e5c09c1d5873fc7497bc8

Приложение 9.4.32  
ОПОП-ППССЗ по специальности  
23.02.06 Техническая эксплуатация  
подвижного состава железных дорог

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**  
**ОП.11 МАТЕМАТИКА**  
**основной профессиональной образовательной программы -**  
**программы подготовки специалистов среднего звена по специальности СПО**  
**23.02.06 Техническая эксплуатация подвижного состава железных дорог**

*Базовая подготовка*  
*среднего профессионального образования*  
*(год начала подготовки по УП: 2024)*

## **СОДЕРЖАНИЕ**

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
2. РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ, ПОДЛЕЖАЩИЕ ПРОВЕРКЕ
3. ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ:
  - 3.1. ФОРМЫ И МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ
  - 3.2. КОДИФИКАТОР ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
4. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

## 1 ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств учебной дисциплины ОП.11 Математика может быть использован при различных образовательных технологиях, в том числе и как дистанционные контрольные средства при электронном / дистанционном обучении.

В результате освоения учебной дисциплины ОП.11 Математика обучающийся должен обладать предусмотренными ФГОС по специальности 23.02.06 Техническая эксплуатация подвижного состава железных дорог следующими знаниями, умениями, которые формируют общие и профессиональные компетенции, а также личностными результатами, осваиваемыми в рамках программы воспитания:

**уметь:**

**У1.** Использовать методы линейной алгебры.

**У2.** Решать основные прикладные задачи численными методами.

**З1.** Основные понятия и методы основ линейной алгебры, дискретной математики, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики.

**З2.** Основные численные методы решения прикладных задач.

**-общие компетенции:**

**ОК 01.** Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;

**ОК 02.** Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;

**ОК 03.** Планировать и реализовывать собственное профессиональное и личностное развитие, предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере, использовать знания по финансовой грамотности в различных жизненных ситуациях;

**ОК 04.** Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде;

**ОК 05.** Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста;

**ОК 06.** Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, в том числе с учетом гармонизации межнациональных и межрелигиозных отношений, применять стандарты антикоррупционного поведения;

**ОК 09.** Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках.

**ПК 2.2.** Распределять работников по рабочим местам и определять им производственные задания.

**ПК 2.3.** Оценивать и обеспечивать экономическую эффективность производственного процесса, как в целом, так и на отдельных этапах.

**ПК 3.1.** Оформлять технологическую документацию.

**ПК 3.2.** Разрабатывать технологические процессы на ремонт отдельных деталей и узлов железнодорожного подвижного состава в соответствии с нормативной документацией.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен формировать следующие личностные результаты (далее – ЛР):

**ЛР.2** Проявляющий активную гражданскую позицию, демонстрирующий приверженность принципам честности, порядочности, открытости, экономически активный и участвующий в студенческом и территориальном самоуправлении, в том числе на условиях добровольчества, продуктивно взаимодействующий и участвующий в деятельности общественных организаций.

**ЛР.4** Проявляющий и демонстрирующий уважение к людям труда, осознающий ценность собственного труда. Стремящийся к формированию в сетевой среде лично и профессионального конструктивного «цифрового следа».

**ЛР.23** Получение обучающимися возможности самораскрытия и самореализация личности.

**ЛР.30** Осуществляющий поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения различных задач, профессионального и личностного развития.

Формой промежуточной аттестации по учебной дисциплине является письменный экзамен.

## 2 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ, ПОДЛЕЖАЩИЕ ПРОВЕРКЕ

2.1. В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний, а также динамика формирования общих, профессиональных компетенций и личностных результатов в рамках программы воспитания:

Результаты обучения: умения, знания, компетенции и личностные результаты	Показатели оценки результата	Форма контроля и оценивания
<b>Уметь:</b>		
У1. Использовать методы линейной алгебры. ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05, ПК 2.2, ЛР2,4,23,30	-Вычисление степени мнимой единицы -Выполнение действий над комплексными числами в алгебраической форме - Выполнение действий над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах -Применение комплексных чисел при решении профессиональных задач	Устный опрос. Результат выполнения практических работ.
У2.Решать основные прикладные задачи численными методами. ОК 03,ОК 05, ОК 06, ЛР2,4,23,30	- Вычисление определенного интеграла приближенными методами - Применение приближенного дифференцирования к нахождению производной -Нахождение частного решения дифференциального уравнения производных функций, заданных таблично	Устный опрос. Результат выполнения практических работ.
<b>Знать:</b>		
З1.Основные понятия и методы основ линейной алгебры, дискретной математики, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики. ОК 01- ОК 06, ОК 09, ПК 3.2, ЛР2,4,23,30	- Знать определение мнимой единицы - Знать определение комплексного числа - Знать формы записи комплексных чисел - Знать определение множества - Знать основные понятия теории графов - Знать правила дифференцирования и производные основных элементарных функций - Знать табличные интегралы - Знать формулы комбинаторики - Знать классическое определение вероятности - Знать геометрический и механический смысл производной	Устный опрос. Результат выполнения практических работ.
З2.Основные численные методы решения прикладных задач. ОК 01- ОК 06, ПК 2.3, ЛР2,4,23,30	-Знать методы приближенного вычисления определенного интеграла - Знать формулы приближенного дифференцирования - Знать формулировку метода Эйлера	Устный опрос. Результат выполнения практических работ.

### **3 ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

#### **3.1. Формы и методы оценивания**

Предметом оценки служат умения и знания, предусмотренные ФГОС по дисциплине ОП.11 Математика, направленные на формирование общих и профессиональных компетенций, а также личностных результатов в рамках программы воспитания.

**Контроль и оценка освоения учебной дисциплины по темам (разделам)**

Таблица 2.2.

Элемент учебной дисциплины	Формы и методы контроля					
	Текущий контроль		Рубежный контроль		Промежуточная аттестация	
	Форма контроля	Проверяемые У, З, ОК, ПК	Форма контроля	Проверяемые У, З, ОК, ПК	Форма контроля	Проверяемые У, З, ОК, ПК
<b>Введение</b>	<i>Устный опрос</i>	<i>У1,31, ОК 05, ПК 2.2, ЛР2,4,23,30</i>				
<b>Раздел 1.</b> Линейная алгебра					<i>Экзамен</i>	<i>У1,31, ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05, ПК 2.2, Л 2,4,23,30</i>
<b>Тема 1.1.-1.3.</b> Комплексные числа. Комплексные числа и их геометрическая интерпретация. Действия над комплексными числами, заданными в алгебраической форме	<i>Устный опрос</i>	<i>У1,31, ОК 01, ОК 02, ОК 04, ЛР2,4,23,30</i>				
<b>Тема 1.4.-1.5.</b> Тригонометрическая и показательная форма	<i>Устный опрос</i>	<i>У1,31, ОК 02, ЛР2,4,23,30</i>				

комплексного числа. Действия над комплексными числами						
<b>Тема 1.6.</b> Комплексные числа и действия над ними. Решение задач для нахождения полного сопротивления электрической цепи переменного тока с помощью комплексных чисел	<i>Устный опрос Практическая работа №1</i>	<i>У1,31, ОК 02, ЛР2,4,23,30</i>				
<b>Раздел 2.</b> Основы дискретной математики					<i>Экзамен</i>	<i>31, ОК 01, ОК 02, ОК 05 ,ОК 09, ПК 3.2, Л 2,4,23,30</i>
<b>Тема 2.1.-2.2.</b> Основные понятия. Операции над множествами. Отношения, их виды и свойства	<i>Устный опрос</i>	<i>31, ОК 01. ОК 05, ЛР 2,4,23,30</i>				
<b>Тема 2.3.-2.4</b> Графы. Основные определения. Построение графа по условию ситуационных задач	<i>Устный опрос Практическая работа №2</i>	<i>31, ОК 02, ОК09, ПК 3.2 ЛР2,4,23,30</i>				



<b>Раздел 3.</b> Математический анализ					<i>Экзамен</i>	<i>З1, ОК 01-ОК 05, Л 2,4,23,30</i>
<b>Тема 3.1.</b> Производная функции. Дифференциал функции	<i>Устный опрос</i>	<i>З1, ОК 03, ЛР 2,4,23,30</i>				
<b>Тема 3.2.</b> Применение производных к исследованию функций	<i>Устный опрос</i>	<i>З1, ОК 04, ЛР 2,4,23,30</i>				
<b>Тема 3.3.</b> Неопределенный интеграл. Определенный интеграл	<i>Устный опрос</i>	<i>З1, ОК 01, ЛР 2,4,23,30</i>				
<b>Тема 3.4.</b> Обыкновенные дифференциальные уравнения	<i>Устный опрос</i>	<i>З1, ОК 04, ЛР 2,4,23,30</i>				
<b>Тема 3.5.</b> Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами	<i>Устный опрос</i>	<i>З1, ОК 03, ЛР 2,4,23,30</i>				
<b>Тема 3.6.</b> Применение обыкновенных дифференциальных уравнений	<i>Устный опрос</i> <i>Практическая работа №3</i>	<i>З1, ОК 05, ЛР 2,4,23,30</i>				
<b>Тема 3.7.</b>	<i>Устный опрос</i>	<i>З1,</i>				

Дифференциальные уравнения в частных производных		<i>OK 01, ЛР 2,4,23,30</i>				
<b>Тема 3.8.</b> Применение дифференциальных уравнений в частных производных при решении профессиональных задач	<i>Устный опрос</i>	<i>31, OK 02, ЛР 2,4,23,30</i>				
<b>Тема 3.9.-3.10.</b> Числовые ряды. Признаки сходимости рядов Степенные ряды Маклорена. Решение прикладных задач с применением числовых рядов	<i>Устный опрос Практическая работа № 4</i>	<i>31, OK 02, OK 05, ЛР 2,4,23,30</i>				
<b>Раздел 4.</b> Основы теории вероятностей и математической статистики					<i>Экзамен</i>	<i>31, OK 01, OK 02, OK 03, OK 05, OK 06, Л 2,4,23,30</i>
<b>Тема 4.1.</b> Основные понятия комбинаторики. Решение прикладных задач с использованием	<i>Устный опрос Практическая работа №5</i>	<i>31, OK 06, ЛР 2,4,23,30</i>				

комбинаторики						
<b>Тема 4.2.</b> Основные понятия теории вероятностей. Решение прикладных задач на нахождение вероятности события	<i>Устный опрос</i> <i>Практическая работа №6</i>	<i>31,</i> <i>ОК 01,</i> <i>ЛР 2,4,23,30</i>				
<b>Тема 4.3. – 4.5.</b> Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины. Решение прикладных задач с использованием комбинаторики. Решение прикладных задач на нахождение вероятности события	<i>Устный опрос</i>	<i>31,</i> <i>ОК 02,</i> <i>ОК 03, ОК 05,</i> <i>ЛР 2,4,23,30</i>				
<b>Раздел 5.</b> Основные численные методы					<i>Экзамен</i>	<i>У2,32,</i> <i>ОК 01-ОК 06,</i> <i>ПК 2.3,</i> <i>ПК 3.1,</i> <i>Л 2,4,23,30</i>
<b>Тема 5.1. -5.2.</b> Численное	<i>Устный опрос</i>	<i>У2,32,</i> <i>ОК 01,</i>				

интегрирование, методы интегрирования Применение численного интегрирования для решения профессиональных задач		<i>OK 06, ЛР 2,4,23,30</i>				
<b>Тема 5.3. -5.4.</b> Численное дифференцирование. Решение задач на нахождение по таблично заданной функции (при $n=2$ ), функции, заданной аналитически. Исследование свойств этой функции	<i>Устный опрос Практическая работа №7</i>	<i>У2,32, OK 02, OK 03, ПК3.1, ЛР2,4,23,30</i>				
<b>Тема 5.5.</b> Численное решение дифференциальных уравнений	<i>Устный опрос</i>	<i>У2,32, OK 04, ЛР 2,4,23,30</i>				
<b>Тема 5.6.</b> Решение прикладных задач с использованием метода Эйлера. Решение прикладных задач	<i>Устный опрос Практическая работа №8</i>	<i>У2,32, OK 05, ЛР 2,4,23,30</i>				
<b>Тема 5.7.</b>	<i>Устный опрос</i>	<i>У2,32,</i>				

Обобщение и систематизация знаний	<i>Самостоятельная работа №1</i>	<i>ОК 06, ПК2.3, ЛР 2,4,23,30</i>				
-----------------------------------	----------------------------------	-----------------------------------	--	--	--	--

### 3.2 Кодификатор оценочных средств

Функциональный признак оценочного средства (тип контрольного задания)	Код оценочного средства
Устный опрос	<i>УО</i>
Практическая работа № n	<i>ПР № n</i>
Тестирование	<i>Т</i>
Контрольная работа № n	<i>КР № n</i>
Задания для самостоятельной работы - реферат; - доклад; - сообщение; - ЭССЕ	<i>СР</i>
Разноуровневые задачи и задания (расчётные, графические)	<i>РЗЗ</i>
Рабочая тетрадь	<i>РТ</i>
Проект	<i>П</i>
Деловая игра	<i>ДИ</i>
Кейс-задача	<i>КЗ</i>
Зачёт	<i>З</i>
Дифференцированный зачёт	<i>ДЗ</i>
Экзамен	<i>Э</i>

## 4 ЗАДАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1 Темы эссе (рефератов, докладов, сообщений)

1. Женщины – математики.
2. От абака до компьютера.
3. Блез Паскаль.
4. Численные методы.
5. История становления численных методов.
6. Вклад российских ученых в теорию вероятностей.
7. Применение определенного интеграла к решению различных практических задач (задачи с решениями).
8. Применение производной к решению различных практических задач (задачи с решениями). Открытие парадоксов теории множеств.
9. История возникновения комплексных чисел.

#### 4.1.2 Подготовка справочного материала

1. Комплексные числа.
2. Графы.
3. Формулы неопределенного и определенного интеграла.
4. Дифференциальные уравнения первого и второго порядка.
5. Пределы. Ряды.
6. Комбинаторика.
7. Теория вероятностей.
8. Математическое ожидание и дисперсия.
9. Вычисление интегралов методами прямоугольников, трапеций и парабол.
10. Метод Эйлера.

Контроль выполнения данного вида самостоятельной работы осуществляется во время учебного занятия в виде проверки преподавателем письменного эссе (реферата, доклада, сообщения) или устного выступления обучающегося.

#### Критерии оценки:

«5» – баллов выставляется обучающемуся, если тема раскрыта всесторонне; материал подобран актуальный, изложен логично и последовательно; материал достаточно иллюстрирован достоверными примерами; презентация выстроена в соответствии с текстом выступления, аргументация и система доказательств корректны.

«4» – баллов выставляется обучающемуся, если тема раскрыта всесторонне; имеются неточности в терминологии и изложении, не искажающие содержание темы; материал подобран актуальный, но изложен с нарушением последовательности; недостаточно достоверных примеров.

«3» – баллов выставляется обучающемуся, если тема сообщения соответствует содержанию, но раскрыта не полностью; имеются серьезные ошибки в терминологии и изложении, частично искажающие смысл содержания учебного материала; материал изложен непоследовательно и нелогично; недостаточно достоверных примеров.

«2» – баллов выставляется обучающемуся, если тема не соответствует содержанию, не раскрыта; подобран недостоверный материал; грубые ошибки в

терминологии и изложении, полностью искажающие смысл содержания учебного материала; информация изложена нелогично; выводы неверные или отсутствуют.

#### 4.2 Вопросы для устного опроса

1. Как найти модуль комплексного числа?
2. Как найти аргумент комплексного числа?
3. Какие комплексные числа называются сопряженными?
4. Какие существуют формы комплексных чисел?
5. Дать определение графа.
6. Какие детали при изображении графа не важны?
7. Что называется маршрутом?
8. Что называется цепью?
9. Что называется циклом?
10. Что такое степень вершины графа?
11. Что называется цепью?
12. Какое число называют комплексным?
13. Что представляет собой число  $i$ ?
14. Что называется маршрутом?
15. Какие существуют формы комплексных чисел?
16. Что называется циклом?
17. Какая функция называется сложной? Приведите примеры.
18. Сформулируйте общее правило нахождения производной функции.
19. Можно ли вычислить производную любой функции, пользуясь определением производной?
20. Как вычислить угловой коэффициент касательной к кривой в данной точке?
21. Каков геометрический смысл производной? Как геометрически определить значение производной в точке?
22. Приведите примеры использования производной при определении скорости различных процессов.
23. В чем заключается признак возрастания и убывания функции?
24. В чем заключается необходимый признак существования экстремума?
25. В чем заключается достаточный признак существования экстремума?
26. Как отыскивают экстремумы функции с помощью второй производной?
27. В чем различие между нахождением максимума и минимума функции?
28. В чем различие между нахождением наибольшего и наименьшего значений функции?
29. Какая функция называется первообразной для заданной функции?
30. Как записать всю совокупность первообразных функций?
31. Что называется неопределенным интегралом?
32. Почему интеграл называется неопределенным?
33. Что означает постоянная  $C$  в определении неопределенного интеграла?
34. Что такое определенный интеграл?
35. Сформулируйте основные свойства определенного интеграла.
36. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?
37. Может ли площадь криволинейной трапеции быть отрицательной?
38. Может ли площадь криволинейной трапеции быть равной нулю и почему?
39. Приведите примеры физических задач, которые можно решить с помощью определенного интеграла.
40. В чем состоит геометрический смысл неопределенного интеграла?
41. Уравнение какого вида называется линейным однородным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами?



42. Какое общее решение имеет дифференциальное уравнение, если все корни характеристического уравнения действительные и различные?
43. Какое общее решение имеет дифференциальное уравнение, если все корни характеристического уравнения действительные и равные?
44. Какое общее решение имеет дифференциальное уравнение, если все корни характеристического уравнения мнимые?
45. Какое общее решение имеет дифференциальное уравнение, если все корни характеристического уравнения комплексные?
46. Найти общее решение уравнений  $y'' - 7y' + 10y = 0$ .
47. Определение дифференциального уравнения первого порядка?
48. Назвать алгоритм решения дифференциального уравнения с разделяющимися
49. переменными.
50. Определение дифференциального уравнением второго порядка?
51. Определение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами?
52. Назвать алгоритм решения дифференциального уравнения второго порядка?
53. Дайте определение ДУЧП.
54. Что такое порядок ДУЧП?
55. Какова классификация ДУЧП?
56. Геометрическая интерпретация ДУЧП.
57. Что такое характеристики ДУЧП?
58. Что называется числовым рядом?
59. Что называется частичными суммами ряда?
60. Сформулируйте необходимый признак сходимости числового ряда.
61. Сформулируйте признак Даламбера.
62. Сформулируйте основные свойства рядов.
63. Сформулируйте признак Коши.
64. Перечислите основные задачи комбинаторики.
65. Что называется  $n$ - факториалом?
66. Что называется перестановками?
67. Что называется перемещениями?
68. Что называется сочетаниями?
69. Вычислите число перестановок из 5 предметов.
70. Как формулируется теорема сложения вероятностей?
71. Чему равна сумма вероятностей противоположных событий?
72. В корзине 5 белых, 3 черных и 7 полосатых шаров. Чему равна вероятность достать наугад одноцветный шар?
73. Что называется условной вероятностью?
74. Как формулируется теорема умножения вероятностей?
75. Какая величина называется дискретной?
76. Что называется законом распределения случайной величиной?
77. Что называется математическим ожиданием дискретной случайной величиной?
78. Что называется дисперсией случайной величины?
79. Какой закон распределения называется биномиальным?
80. Методы приближенного вычисления интеграла
81. Запишите формулу прямоугольников
82. Как вычислить определенный интеграл по формуле прямоугольников?
83. В чем состоит смысл вычисления определенного интеграла по формуле трапеций?
84. Как вычислить определенный интеграл по формуле Симпсона?
85. Что понимается под законом больших чисел?

86. Что такое приближенное дифференцирование?
87. Что такое шаг интерполяции?
88. Как найти шаг интерполяции?
89. Как найти первую конечную разность?
90. Как вычислить  $q$ ?
91. Что называют задачей Коши?
92. Какой применяют метод для решения задачи Коши?
93. В чем состоит суть метода Эйлера?
94. Что такое шаг разбиения?
95. Как вычислить абсолютную погрешность?
96. Дайте определение производной.
97. Сформулируйте общее правило нахождения производной функции.
98. Можно ли вычислить производную любой функции, пользуясь определением производной?
99. Как вычислить угловой коэффициент касательной к кривой в данной точке?

## 4.3 Тестовые задания

### Раздел 1. Линейная алгебра

1. Чему равен квадрат мнимой единицы?

- a. -1
- b. 0
- c. 1
- d. 4

2. Как называются числа вида  $x + yi$ ?

- a. целыми
- b. сопряженными
- c. нейтральными
- d. комплексными

3. Какой буквой обычно обозначается комплексное число?

- a. z
- b. d
- c. k
- d. u

4. Чему равно выражение  $(4 + i) + (3 + 2i)$ ?

- a.  $7 + 3i$
- b.  $13 + 5i$
- c.  $14 - 5i$
- d.  $3 - 2i$

5. Какой латинской буквой обозначается мнимая единица?

- a. F
- b. a
- c. i +
- d. e

6. Из каких частей состоит любое комплексное число?

- a. действительной и мнимой части +
- b. настоящей и обманчивой
- c. реальной и ложной
- d. фактической и условной

7. Чему равен модуль комплексного числа  $z = 5 - 3i$ ?

- a.  $\sqrt{17}$
- b.  $\sqrt{6}$
- c.  $\sqrt{34} +$
- d.  $\sqrt{22}$

8. Установите соответствие

Вычислите примеры и поставьте в соответствие ответ из второго столбца

1. $z_1 + z_2 = (3 + 4i) + (7 + 5i)$	a. $1 + 2i$
2. $z_1 - z_2 = (3 + 7i) - (2 + 5i)$	b. $10 + 9i$
3. $z_1 \cdot z_2 = (4 + 2i) \cdot 5i$	c. $-10 + 20i$

9. Какое число не является мнимой единицей?

- a. 4
- b.  $2i$
- c.  $7i$
- d. i

10. Установите соответствие

1. $z = r(\cos\varphi + i \sin\varphi)$	<b>a</b> тригонометрическая форма
2. $z = r \cdot e^{i\varphi}$	<b>b</b> алгебраическая форма
3. $z = x + yi$	<b>c</b> показательная форма

**Контролируемые компетенции:** ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05.

**Ключ к тесту**

<b>№ вопроса</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Правильный ответ</b>	a	d	a	a	c	a	c	1b,2a,3c	a	1a,2c,3b

**Критерии оценки:**

«5» – от 86% до 100% правильных ответов.

«4» – от 76% до 85% правильных ответов.

«3» – от 61% до 75% правильных ответов.

«2» – менее 61% правильных ответов.

**Раздел 2. Основы дискретной математики**

1. Даны два множества  $A = \{ 2, 3, 4, 5 \}$  и  $B = \{ 1, 3, 5, 7 \}$ . Найдите пересечение данных множеств.

- a) (3, 5)
- b) (8, 9)
- c) (6, 9)

2. Что называется степенью вершины  $x$  графа  $G$ ?

- a) число, показывающее направление графа.
- b) результат многократного умножения.
- c) количество рёбер графа  $G$ , принадлежащих вершине  $x$ .

3. Даны два множества  $A = \{ 1, 3, 4 \}$  и  $B = \{ 2, 3, 5 \}$ . Найдите объединение данных множеств.

- a) (1, 4, 5)
- b) (1,2,3,4,5)
- c) (4, 6, 8)

4. Что называется пересечением множеств?

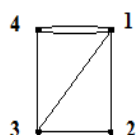
- a) это множество, которому принадлежат те и только те элементы, которые одновременно принадлежат всем данным множествам.
- b) это множество, которое содержит все элементы исходных множеств.
- c) это множество, в котором не существует ни одного элемента.

5. Дайте понятие графа как математического объекта.

- a) совокупность двух множеств — множества вершин, и множества их парных связей, называемого множеством рёбер.
- b) объект графической модели квадратичной функции.
- c) геометрический образ функции.

6. Установите соответствие

1. Вершина, имеющая нулевую степень, является	a) висячей
2. Вершина, имеющая степень равную 1, является	b) изолированной



7. Определите степень вершины 3, для графа изображенного на рисунке.

Запишите ответ \_\_\_\_\_

8. Множество, не содержащее ни одного элемента, называется:

- a) нулевым
- b) конечным
- c) пустым

9. При обозначении множеств используют:

- a) только круглые скобки
- b) только фигурные скобки
- c) иногда круглые, иногда фигурные, иногда одновременно оба вида скобок

10. Множества обозначаются:

- a) малыми латинскими буквами
- b) большими латинскими буквами
- c) кириллицей

**Контролируемые компетенции:** ОК 01, ОК 02, ОК 05 ,ОК 09.

### Ключ к тесту

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Правильный ответ	a	c	b	a	a	1b,2a	3	c	b	b

### **Критерии оценки:**

«5» – от 86% до 100% правильных ответов.

«4» – от 76% до 85% правильных ответов.

«3» – от 61% до 75% правильных ответов.

«2» – менее 61% правильных ответов

## **Раздел 3. Математический анализ**

1. Чему равен интеграл  $\int_1^3 2x dx$

- a. 5
- б. 8
- в. -8

2. Вычислите производную функции  $y = 5x - 7$

- a. 5
- б. 2
- в. -2

3. Уравнение, которое помимо функции содержит её производные:

- a. дифференциальное уравнение
- б. иррациональное уравнение
- в. тригонометрическое уравнение

4. При решении дифференциальных уравнений ищется:

- a. вектор
- б. число (несколько чисел)
- в. функция

5. Укажите правильный ответ  $\int_0^2 dx$  :

- a. 0
- б. 2
- в. 4

6. Выберите методы приближенного вычисления определенного интеграла. (возможно несколько вариантов ответа)

- а. метод прямоугольников  
 б. метод трапеций  
 в. метод ромбов  
 7. Установите соответствие

1. $1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \dots$	а. гармонический ряд
2. $1 + \frac{1}{18} + \frac{1}{18^2} + \frac{1}{18^3} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{18}\right)^{n-1}$	б. ряд геометрической прогрессии
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots$	в. обобщенно-гармонический ряд

8. Продолжите последовательность 1, 1, 2, 3, 5:

- а. 8  
 б. 7  
 в. 3

9. Угловая частота первой гармоники ряда Фурье вычисляется по формуле:

а.  $a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt$ ;      б.  $b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(n\omega_1 t) dt$ ;      в.  $\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$ .

10. Продолжите последовательность 5, 7, 12, 19, 31, 50:

- а. 81  
 б. 61  
 в. 91

**Контролируемые компетенции:** ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 05.

**Ключ к тесту**

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Правильный ответ	б	а	а	в	б	а,б	1в,2б,3а	а	в	а

**Критерии оценки:**

- «5» – от 86% до 100% правильных ответов.  
 «4» – от 76% до 85% правильных ответов.  
 «3» – от 61% до 75% правильных ответов.  
 «2» – менее 61% правильных ответов.

**Раздел 4. Основы теории вероятностей и математической статистики**

1. Сколькими способами можно составить список из 5 учеников?

- а) 120  
 б) 15  
 в) 25  
 г) 5

2. Сколькими способами можно встать в очередь в библиотеку четырём студентам?

- а) 14  
 б) 15  
 в) 24  
 г) 5

3. Вычислите 4! ( где ! - это факториал)?

- а) 24  
 б) 10

c) 25

d) 4

4. Чему равна вероятность достоверного события?

a) 0

b) 1

c) 12

5. Установите соответствие между основными понятиями комбинаторики:

1. перестановки.	a.C
2. размещения.	b.P
3. сочетания.	c.A

6. Установите соответствие:

1. факториал	a.i
2. первообразная.	b.!
3. мнимая единица.	c.F(x)

7. Найдите математическое ожидание дискретной случайной величины  $X$ , заданной законом

распределения:

$X$	3	4
$p$	0,4	0,6

Ответ:  $M(x)=$ \_\_\_\_\_

8. Раздел математики, изучающий случайные события, случайные величины, их свойства и операции над ними:

a. теория случайных цифр

b. теория величин

c. теория вероятностей

9. Дискретная случайной величины  $X$ , заданна законом распределения, найдите  $p_2$ :

$X$	2	5	8
$p$	0.2	$p_2$	0.6

Ответ: \_\_\_\_\_

10. Чему равна вероятность невозможного события?

a) 0

b) 6

c) -9

**Контролируемые компетенции:** ОК 01, ОК 02, ОК03, ОК 05, ОК 06.

### Ключ к тесту

№ вопроса	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Правильный ответ	a	c	a	b	1b,2a,3c	1b,2c,3a	3,6	c	3	a

### **Критерии оценки:**

«5» – от 86% до 100% правильных ответов.

«4» – от 76% до 85% правильных ответов.

«3» – от 61% до 75% правильных ответов.

«2» – менее 61% правильных ответов

## **Раздел 5. Основные численные методы**

1. Формула парабол – это формула

- a) Симпсона
- b) Ньютона
- c) Лейбница

2. Сколько существует методов приближенного вычисления определенных интегралов?

- a) 8
- b) 6
- c) 3
- d) 5

3.  $\Delta y_0$  - это...

- a) вторая конечная разность
- b) седьмая конечная разность
- c) пятая конечная разность
- d) первая конечная разность

4. Как обозначается шаг интерполяции

- a) f
- b) Y
- c) h

5. Установите соответствие между основными понятиями:

1. формула парабол	a. $\int_b^a f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}(f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n))$
2. формула трапеций	b. $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{3n}(y_0 + y_n + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2}) + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1}))$
3. формула прямоугольника в	c. $\int_b^a f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}(\frac{y_0 + y_n}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1})$

6. Относительная погрешность вычисляется по формуле:

a)  $\delta = \frac{|A_{прибл} - A_{точн}|}{A_{точн}} 100\%$

c)  $\delta = \frac{|A_{прибл} + A_{точн}|}{A_{точн}} 100\%$

d)  $\delta = -\frac{|A_{прибл} + A_{точн}|}{A_{точн}}$

7. Найдите область определения функции  $y(x) = 6x^2 + 6x + 6$

Ответ:  $D(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

8. С помощью какого метода можно решить задачу Коши?

- a. метод Эйлера
- b. метод Симпсона
- c. метод Ньютона

9. По таблице значений функции

x	0	1	2
y	3	6	8

составлена таблица конечных разностей:

X	Y	$\Delta y$
0	3	
1	6	
2	8	



Найдите  $\Delta y_0$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

10. Найдите множество значений функции  $y(x) = 6x^2 + 6x + 6$

Ответ:  $E(x) =$  \_\_\_\_\_

**Контролируемые компетенции:** ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 05, ОК 06.

**Ключ к тесту**

<b>№ вопроса</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Правильный ответ</b>	a	c	d	c	2c,3a,1b	a	R	a	3	$[4,5; +\infty)$

**Критерии оценки:**

«5» – от 86% до 100% правильных ответов.

«4» – от 76% до 85% правильных ответов.

«3» – от 61% до 75% правильных ответов.

«2» – менее 61% правильных ответов.



**Таблица 3 - Форма информационной карты банка тестовых заданий**

Наименование разделов	Всего ТЗ	Количество форм ТЗ				Контролируемые компетенции
		Открытого типа	Закрытого типа	На соответствие	Упорядочение	
Раздел 1. Линейная алгебра	<b>13</b>	<b>1</b>	<b>9</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05
Раздел 2 . Основы дискретной математики.	<b>10</b>	<b>1</b>	<b>8</b>	<b>1</b>	<b>-</b>	ОК 01, ОК 02, ОК 05 ,ОК 09
Раздел3. Математический анализ.	<b>10</b>	<b>-</b>	<b>9</b>	<b>1</b>	<b>-</b>	ОК 01,ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 05
Раздел 4. Основы теории вероятности и математической статистики.	<b>10</b>	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>2</b>	<b>-</b>	ОК 01, ОК 02, ОК03, ОК 05, ОК 06
Раздел 5. Основные численные методы.	<b>10</b>	<b>3</b>	<b>6</b>	<b>1</b>	<b>-</b>	ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 05,ОК 06

## 4.4 Практические работы

### Практическое занятие № 1

#### Комплексные числа и действия над ними. Решение задач для нахождения полного сопротивления электрической цепи переменного тока с помощью комплексных чисел

**Цель:** научиться переводить комплексные числа из алгебраической в тригонометрическую и показательную формы, рассмотреть примеры применения комплексных чисел при расчётах сопротивления электрических цепей.

**Задание:**

1. Даны числа  $z_1 = 1 - 2i$  и  $z_2 = 4 - 2i$ .

а) Изобразить числа  $z_1$  и  $z_2$  на комплексной плоскости;

б) Найти  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 - z_2$ ,  $z_1 \cdot z_2$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$

2. Найдите комплексное и полное сопротивление цепи, если даны комплекс напряжения  $\dot{U} = 16,5 + 40j$  и тока  $\dot{I} = 50 + 3j$ . Запишите уравнение тока.

#### Контрольные вопросы для защиты:

1. Что представляет собой число  $i$ ?
2. Какое число называют комплексным?
3. Как найти модуль комплексного числа?
4. Как найти аргумент комплексного числа?
5. Какие комплексные числа называются сопряженными?
6. Какие существуют формы комплексных чисел?

#### Ответы и комментарии:

1. Найти сумму, разность, произведение и частное комплексных чисел в алгебраической форме:  $z_1 = -2 + i$ ,  $z_2 = 3 - i$ .

Решение:

$$1) z_1 + z_2 = -2 + i + 3 - i = -2 + 3 + i - i = 1.$$

$$2) z_1 - z_2 = -2 + i - (3 - i) = -2 - 3 + i + i = -5 + 2i.$$

$$3) z_1 \cdot z_2 = (-2 + i) \cdot (3 - i) = -2 \cdot 3 - 2 \cdot (-i) + 3 \cdot i + i \cdot (-i) = -6 + 2i + 3i - i^2 = -5 + 5i.$$

$$4) \frac{z_1}{z_2} = \frac{-2 + i}{3 - i} = \frac{(-2 + i) \cdot (3 + i)}{(3 - i) \cdot (3 + i)} = \frac{-2 \cdot 3 - 2 \cdot i + 3 \cdot i + i^2}{3^2 - i^2} = \frac{-6 - 2i + 3i - 1}{10} = \frac{-7 + i}{10} = -0,7 + 0,1i$$

2. Найдите комплексное и полное сопротивление цепи, если даны комплекс напряжения  $\dot{U} = 16,5 + 40j$  и тока  $\dot{I} = 50 + 3j$ . Запишите уравнение тока.

Решение.

$$\dot{U} = 16,5 + 40j \Rightarrow U = \sqrt{16,5^2 + 40^2} = 43,27 \text{ В}, \psi_1 = \arctg \frac{40}{16,5} = 67^\circ 35' \Rightarrow$$

$$\dot{U} = 43,27 \cdot e^{j67^\circ 35'};$$

$$\dot{I} = 50 + 3j \Rightarrow I = \sqrt{50^2 + 3^2} = 50 \text{ А}, \psi_2 = \arctg \frac{3}{50} = 3^\circ 24' \Rightarrow \dot{I} = 50 \cdot e^{j3^\circ 24'}$$

$$\dot{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{43,27 \cdot e^{j67^\circ 27'}}{50 \cdot e^{j3^\circ 24'}} = 0,87 \cdot e^{j(67^\circ 27' - 3^\circ 24')} = 0,87 \cdot e^{j64^\circ} - \text{комплексное сопротивление.}$$

$$z = \frac{U}{I} = \frac{43,27}{50} = 0,87 \text{ Ом} - \text{полное сопротивление.}$$

Для того чтобы написать уравнение, надо знать амплитуду и начальный фазовый угол, т.е. модуль – действующее значение и аргумент – начальный фазовый угол заданного комплекса тока:

$$\dot{I} = 50 + 3j \Rightarrow I = 50 \text{ A}, \psi_2 = 3^\circ 24',$$

$$I_M = I \cdot \sqrt{2} = 50\sqrt{2} = 70 \text{ A}, i = I_M \cdot \sin(\omega t + \psi) = 70 \cdot \sin(\omega t + 3^\circ 24').$$

**Контролируемые компетенции:** ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05.

### Критерии оценки:

«5» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнены все задания в работе и процент правильности хода решения и вычислений не менее 86%; аккуратное оформление выполняемой работы; обоснованные выводы, правильная и полная интерпретация выводов, студент аргументированно обосновывает свою точку зрения, обобщает материал.

«4» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено не менее 76% заданий и ход решения правильный; незначительные погрешности в оформлении работы; правильная, но неполная интерпретация выводов.

«3» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено не менее 61% всех заданий, подход к решению правильный, но есть ошибки; значительные погрешности в оформлении работы; неполная интерпретация выводов.

«2» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено менее 60% всех заданий, решение содержит грубые ошибки; неаккуратное оформление работы; неправильная интерпретация выводов либо их отсутствие.

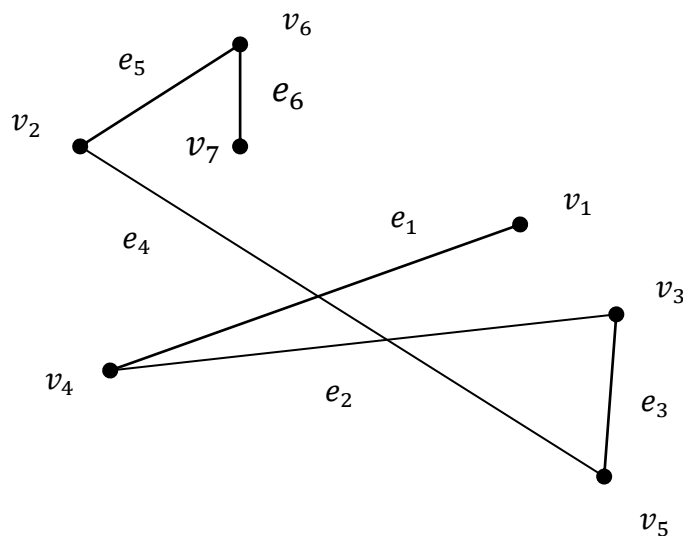
### Практическое занятие № 2

#### Построение графа по условию ситуационных задач: в управлении инфраструктурами на транспорте; в структуре взаимодействия различных видов транспорта

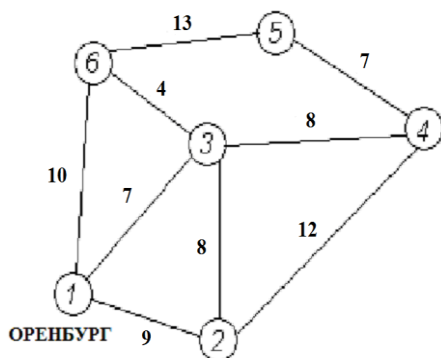
**Цель:** знать основные понятия теории графов.

**Задание:**

1. Задать граф, представленный на рисунке через множество вершин  $V$  и ребер  $E$ .



2. Дана сеть железных дорог, соединяющих населенные пункты. Найти кратчайшие пути от города Оренбурга (1) до каждого населенного пункта (если двигаться можно только по дорогам).

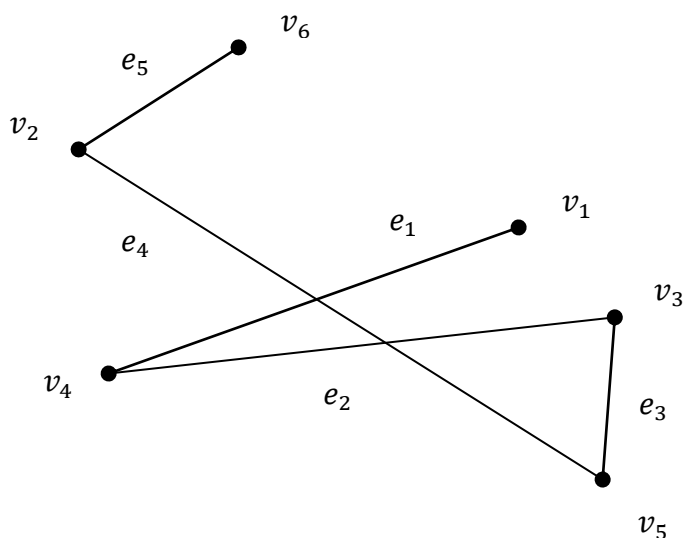


**Контрольные вопросы для защиты:**

1. Дать определение графа.
2. Какие детали при изображении графа не важны?
3. Что называется маршрутом, цепью, циклом?

**Ответы и комментарии:**

1. Задать граф, представленный на рисунке через множество вершин  $V$  и ребер  $E$ .



Решение: Множество поименованных вершин  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ .

Множество поименованных ребер  $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ .

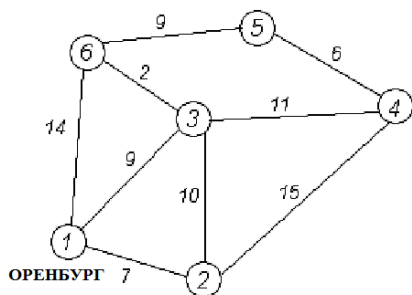
Для задания графа требуется установить отношение инцидентности ребер соответствующим вершинам.

Множество ребер, каждое из которых представлено парой своих концевых вершин:

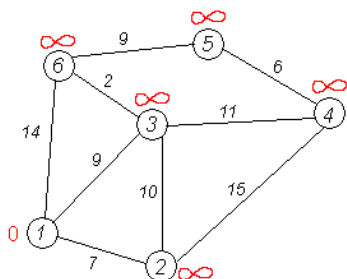
$E = \{(v_1, v_4), (v_4, v_3), (v_3, v_5), (v_5, v_2), (v_2, v_6)\}$ .

Порядок указания вершин при описании ребра здесь безразличен, т.к. все ребра в графе  $G$  неориентированы.

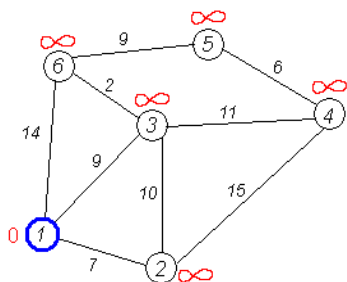
2. Дана сеть автомобильных дорог, соединяющих населенные пункты Оренбургской области. Найти кратчайшие пути от города Оренбурга (1) до каждого населенного пункта области (если двигаться можно только по дорогам).



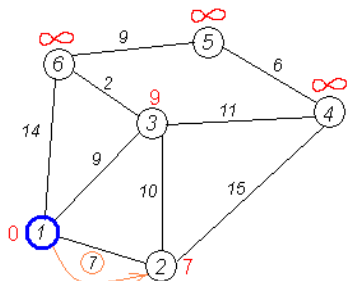
Решение: Кружками обозначены вершины, линиями — пути между ними (ребра графа). В кружках обозначены номера вершин, над ребрами обозначена их «цена» — длина пути. Рядом с каждой вершиной красным обозначена метка — длина кратчайшего пути в эту вершину из вершины 1.



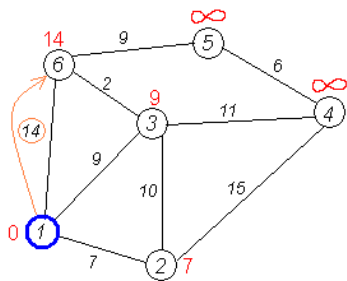
**Первый шаг.** Рассмотрим шаг алгоритма Дейкстры для нашего примера. Минимальную метку имеет вершина 1. Её соседями являются вершины 2, 3 и 6.



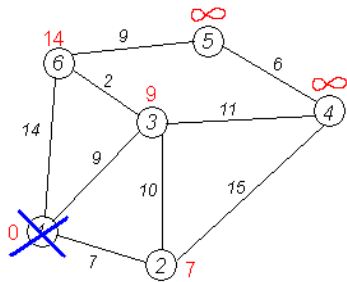
Первый по очереди сосед вершины 1 – вершина 2, потому что длина пути до неё минимальна. Длина пути в неё через вершину 1 равна сумме кратчайшего расстояния до вершины 1, значению её метки, и длины ребра, идущего из 1-й в 2-ю, то есть  $0 + 7 = 7$ . Это меньше текущей метки вершины 2, бесконечности, поэтому новая метка 2-й вершины равна 7.



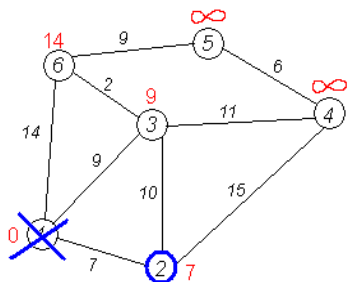
Аналогичную операцию проделываем с двумя другими соседями 1-й вершины – 3-й и 6-й.



Все соседи вершины 1 проверены. Текущее минимальное расстояние до вершины 1 считается окончательным и пересмотру не подлежит (то, что это действительно так, впервые доказал Э. Дейкстра). Вычеркнем её из графа, чтобы отметить, что эта вершина посещена.



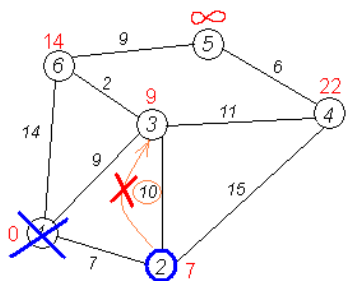
**Второй шаг.** Шаг алгоритма повторяется. Снова находим «ближайшую» из непосещенных вершин. Это вершина 2 с меткой 7.



Снова пытаемся уменьшить метки соседей выбранной вершины, пытаюсь пройти в них через 2-ю вершину. Соседями вершины 2 являются вершины 1, 3 и 4.

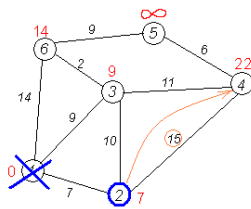
Первый (по порядку) сосед вершины 2 – вершина 1. Но она уже посещена, поэтому с 1-й вершиной ничего не делаем.

Следующий сосед вершины 2 – вершина 3, так как имеет минимальную метку из вершин, отмеченных как не посещённые. Если идти в неё через 2, то длина такого пути будет равна 17 ( $7 + 10 = 17$ ). Но текущая метка третьей вершины равна  $9 < 17$ , поэтому метка не меняется.

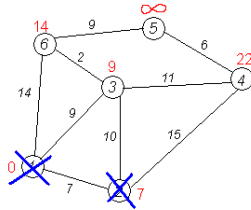


Ещё один сосед вершины 2 – вершина 4. Если идти в неё через 2-ю, то длина такого пути будет равна сумме кратчайшего расстояния до 2-й вершины и расстояния между вершинами 2 и 4, то есть 22 ( $7 + 15 = 22$ ). Поскольку  $22 < \infty$ , устанавливаем метку вершины 4 равной 22.

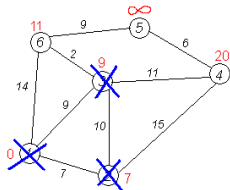




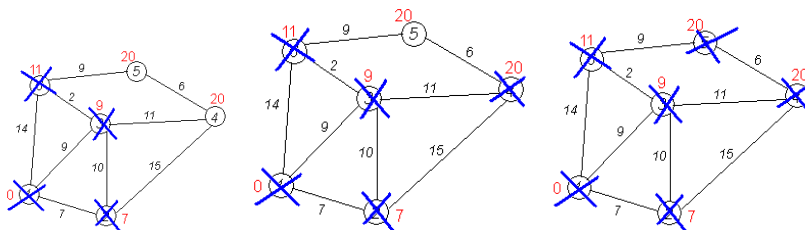
Все соседи вершины 2 просмотрены, замораживаем расстояние до неё и помечаем её как посещенную.



**Третий шаг.** Повторяем шаг алгоритма, выбрав вершину 3. После её «обработки» получим такие результаты:



**Дальнейшие шаги.** Повторяем шаг алгоритма для оставшихся вершин. Это будут вершины 6, 4 и 5, соответственно порядку.



**Завершение выполнения алгоритма.** Алгоритм заканчивает работу, когда нельзя больше обработать ни одной вершины. В данном примере все вершины зачеркнуты, однако ошибочно полагать, что так будет в любом примере - некоторые вершины могут остаться незачеркнутыми, если до них нельзя добраться. Результат работы алгоритма виден на последнем рисунке:  $d(1;2)=7$ ,  $d(1;3)=9$ ,  $d(1;4)=20$ ,  $d(1;5)=20$ ,  $d(1;6)=11$ .

**Контролируемые компетенции:** ОК 01, ОК 02, ОК 05 ,ОК 09.

### Критерии оценки:

«5» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнены все задания в работе и процент правильности хода решения и вычислений не менее 86%; аккуратное оформление выполняемой работы; обоснованные выводы, правильная и полная интерпретация выводов, студент аргументированно обосновывает свою точку зрения, обобщает материал.

«4» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено не менее 76% заданий и ход решения правильный; незначительные погрешности в оформлении работы; правильная, но неполная интерпретация выводов.

«3» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено не менее 61% всех заданий, подход к решению правильный, но есть ошибки; значительные погрешности в оформлении работы; неполная интерпретация выводов.

«2» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено менее 60% всех заданий, решение содержит грубые ошибки; неаккуратное оформление работы; неправильная интерпретация выводов либо их отсутствие.

**Практическое занятие №3**  
**Применение обыкновенных дифференциальных уравнений при решении**  
**прикладных задач**

**Цель:** научиться решать дифференциальные уравнения первого порядка, дифференциальные уравнения второго порядка, уметь применять обыкновенные дифференциальные уравнения при решении прикладных задач.

**Задание:**

1. Решите дифференциальное уравнение 1 порядка:  $xdy + 2ydx = 0$
2. Решить дифференциальное уравнение 2 порядка:  $y'' = 0$ , если  $y=0$  при  $x=0$  и  $y'=1$  при  $x=1$
3. Найти общее решение уравнений  $y'' + 4y' - 5y = 0$ .
4. Составьте уравнение линии, проходящей через точку  $A(3;2)$  и имеющей касательную, угловой коэффициент которой в каждой точке равен 5.
5. Ускорение прямолинейного движения материальной точки задано уравнением  $a=6t - 4$ . Найдите уравнение движения точки, если  $s=5\text{м}$ ,  $s'=6\text{м/с}$  при  $t=2\text{с}$ .

**Контрольные вопросы для защиты:**

1. Какое уравнение называется дифференциальным?
2. Какая функция называется решением дифференциального уравнения?
3. Какое решение дифференциального уравнения называется общим?
4. Какое решение дифференциального уравнения называется частным?
5. Что называется дифференциальным уравнением первого порядка?
6. Назовите известные вам типы дифференциальных уравнений

**Ответы и комментарии:**

1. Найти общее решение уравнение  $1 + y' + y + xy' = 0$

Решение.

Заметим  $y'$  на  $\frac{dy}{dx}$ :

$$1 + \frac{dy}{dx} + y + x \frac{dy}{dx} = 0$$

Умножим все члены равенства на  $dx$ :  $dx + dy + ydx + xdy = 0$

Сгруппируем все члены, содержащие  $dy$  и  $dx$ , и запишем полученные выражения в разных частях равенства:  $(1+x)dy = -(1+y)dx$

Разделим обе части равенства на выражение  $(1+x)(1+y)$ :

$$\frac{dy}{1+y} = -\frac{dx}{1+x}$$

Интегрируя обе части равенства, имеем:

$$\int \frac{dy}{1+y} = -\int \frac{dx}{1+x};$$

$$\ln|1+y| = -\ln|1+x| + \ln C;$$

$$\ln|1+y| = \ln \left| \frac{C}{1+x} \right|;$$

$$1+y = \frac{C}{1+x}; y = \frac{C}{1+x} - 1$$

Ответ:  $y = \frac{c}{1+x} - 1$ .

2. Решить уравнение  $y'+2y+3=0$

Решение.

$$\frac{dy}{dx} = -(2y+3); \frac{dy}{2y+3} = -dx; \int \frac{dy}{2y+3} = -\int dx; \ln|2y+3| = -x + \ln C; \ln \frac{2y+3}{C} = -x,$$
$$\frac{2y+3}{C} = e^{-x}; 2y+3 = C e^{-x}, y = C e^{-x} - \frac{3}{2}$$

Ответ:  $y = C e^{-x} - \frac{3}{2}$ .

3. Найти общее решение уравнения  $y'' = 4x$

Решение.

$$\frac{dy'}{dx} = 4x; dy' = 4x dx; y' = 4 \int x dx = 2x^2 + C_1; \frac{dy}{dx} = 2x^2 + C_1; dy = (2x^2 + C_1) dx;$$
$$y = \int (2x^2 + C_1) dx = 2 \int x^2 dx + C_1 \int dx = \frac{2}{3} x^3 + C_1 x + C_2$$

Полученный результат проверим дифференцированием

$$y' = \frac{2}{3} 3x^2 + C_1 = 2x^2 + C_1; y'' = 4x$$

4. Решить задачу Коши для уравнения  $y'' = 1 + x + x^2 + x^3$ , если  $y = 1$  и  $y' = 1$  при  $x = 0$ .

Решение.

$$\frac{dy}{dx} = \int (1 + x + x^2 + x^3) dx = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + C_1$$
$$y = \int (x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + C_1) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{12} + \frac{x^5}{20} + C_1 x + C_2$$

Подставив начальные условия  $y = 1$  и  $y' = 1$  при  $x = 0$ , получим  $C_1 = 1, C_2 = 1$ .

Следовательно,  $y = \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{12} + \frac{x^5}{20} + x + 1$ .

5. Тело движется прямолинейно с ускорением  $a = 6t - 4$ . При  $t = 0$  начальный путь  $s_0 = 0$ , начальная скорость  $v_0 = 4$ . Найти скорость и пройденный путь как функции времени.

Решение: Согласно условию, имеем  $s'' = 6t - 4$ . Интегрируя обе части этого уравнения, получим  $\frac{ds}{dt} = 3t^2 - 4t + C_1$ , т.е. скорость выражена как функция времени.

Интегрируя обе части последнего уравнения, выразим путь как функцию времени:  $s = t^3 - 2t^2 + C_1 t + C_2$ .

Произвольные постоянные  $C_1$  и  $C_2$  определим из начальных данных  $v_0 = 4$  и  $s_0 = 0$  при  $t = 0$ . Подставив эти данные в выражения  $\frac{ds}{dt}$  и  $s$ , находим  $C_1 = 4, C_2 = 0$ .

Тогда скорость тела и пройденный им путь окончательно запишутся в виде

$$v = 3t^2 - 4t + 4, \quad s = t^3 - 2t^2 + 4t.$$

6. Найти общее решение дифференциального уравнения второго порядка: а)  $y'' + 2y' - 3y = 0$ ; б)  $y'' + 6y' + 9y = 0$ ; в)  $y'' - 4y' + 13y = 0$ .

Решение.

а)  $y'' + 2y' - 3y = 0$

Характеристическое уравнение  $k^2 + 2k - 3 = 0$  имеет корни  $k_1 = -3$  и  $k_2 = 1$ .

Следовательно,  $y_0 = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x} = C_1 e^{-3x} + C_2 e^x$ .

б)  $y'' + 6y' + 9y = 0$

Характеристическое уравнение  $k^2 + 6k + 9 = 0$  имеет корни  $k_1 = k_2 = k = -3$ .

Следовательно,  $y_0 = e^{kx} (C_1 + C_2 \cdot x) = e^{-3x} (C_1 + C_2 \cdot x)$ ;

в)  $y'' - 4y' + 13y = 0$

Характеристическое уравнение  $k^2 - 4k + 13 = 0$  имеет корни  $k_1 = \alpha + \beta i = 2 + 3i$  и  $k_2 = \alpha - \beta i = 2 - 3i$ . Следовательно,

$$y_0 = e^{\alpha x} (C_1 \cdot \sin \beta x + C_2 \cdot \cos \beta x) = e^{2x} (C_1 \cdot \sin 3x + C_2 \cdot \cos 3x).$$

**Контролируемые компетенции:** ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 05

**Критерии оценки:**

«5» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнены все задания в работе и процент правильности хода решения и вычислений не менее 86%; аккуратное оформление выполняемой работы; обоснованные выводы, правильная и полная интерпретация выводов, студент аргументированно обосновывает свою точку зрения, обобщает материал.

«4» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено не менее 76% заданий и ход решения правильный; незначительные погрешности в оформлении работы; правильная, но неполная интерпретация выводов.

«3» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено не менее 61% всех заданий, подход к решению правильный, но есть ошибки; значительные погрешности в оформлении работы; неполная интерпретация выводов.

«2» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено менее 60% всех заданий, решение содержит грубые ошибки; неаккуратное оформление работы; неправильная интерпретация выводов либо их отсутствие.

**Практическое занятие №4**

**Решение прикладных задач с применением числовых рядов**

**Цель:** дать понятие рядов; сходимости и расходимости рядов; сформировать умения и навыки исследования рядов.

**Задание:**

- Докажите, что ряд сходится и найдите его сумму:
  - $1 + \frac{1}{18} + \frac{1}{18^2} + \frac{1}{18^3} + \dots$
  - $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{8n-3} - \frac{1}{8n+5} \right)$
- Исследовать ряд на сходимость по признаку Даламбера:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{8^n}$ .

**Контрольные вопросы для защиты:**

- Что называется числовым рядом?
- Что называется частичными суммами ряда?
- Сформулируйте необходимый признак сходимости числового ряда.
- Сформулируйте признак Даламбера.
- Сформулируйте основные свойства рядов.
- Сформулируйте признак Коши.

**Ответы и комментарии:**

- Докажите, что ряд сходится и найдите его сумму:

б.  $1 + \frac{1}{18} + \frac{1}{18^2} + \frac{1}{18^3} + \dots$

в.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{8n-3} - \frac{1}{8n+5} \right)$

Решение:

а.  $1 + \frac{1}{18} + \frac{1}{18^2} + \frac{1}{18^3} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{18} \right)^{n-1}$ .

$\sum_{n=1}^{\infty} aq^{n-1} = a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1} + \dots$  - ряд геометрической прогрессии.

$$\begin{cases} |q| \geq 1 - \text{ряд расходится} \\ |q| < 1 - \text{ряд сходится, } S = \frac{a}{1-q} \end{cases}$$

Для данного ряда  $a=1$ ,  $q = \frac{1}{18} < 1$ , следовательно, ряд сходится и сумма ряда равна

$$S = \frac{1}{1 - \frac{1}{18}} = \frac{1}{\frac{18}{18} - \frac{1}{18}} = \frac{1}{\frac{17}{18}} = \frac{18}{17} = 1\frac{1}{17}.$$

б.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{8n-3} - \frac{1}{8n+5} \right)$  Числовой ряд называется сходящимся, если существует конечный

предел последовательности его частичных сумм, т.е.  $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ , где  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ .

$$a_1 = [n=1] = \frac{1}{5} - \frac{1}{13}, \quad a_2 = [n=2] = \frac{1}{13} - \frac{1}{21}; \quad a_3 = [n=3] = \frac{1}{21} - \frac{1}{29}; \quad a_4 = [n=4] = \frac{1}{29} - \frac{1}{37};$$

$$\dots, \quad a_n = \frac{1}{8n-3} - \frac{1}{8n+5}.$$

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{1}{5} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{21} + \frac{1}{21} - \frac{1}{29} + \frac{1}{29} - \frac{1}{37} + \dots + \frac{1}{8n-3} - \frac{1}{8n+5} = \frac{1}{5} - \frac{1}{8n+5}$$

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{8n+5} \right) = \frac{1}{5}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{8n-3} - \frac{1}{8n+5} \right) = \frac{1}{5}.$$

Ответ: а)  $1\frac{1}{17}$ , б)  $\frac{1}{5}$ .

2. Исследовать ряд на сходимость по признаку Даламбера:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{8^n}$ .

Решение:

Применим признак сходимости Даламбера. Сначала запишем формулы для  $n$ -го и  $(n+1)$ -го членов ряда:  $a_n = \frac{n^3}{8^n}$ ,  $a_{n+1} = \frac{(n+1)^3}{8^{n+1}}$ .

$$D = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{(n+1)^3}{8^{n+1}} : \frac{n^3}{8^n} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{(n+1)^3}{8^n \cdot 8} \cdot \frac{8^n}{n^3} \right) = \frac{1}{8} < 1, \quad \text{следовательно, ряд}$$

сходится по признаку Даламбера.

Ответ: ряд сходится.

3. Исследовать ряды на сходимость по признаку Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{5^n}.$$

Решение.

$$a_n = \frac{n!}{5^n}, \quad a_{n+1} = \frac{(n+1)!}{5^{n+1}}.$$

$$D = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{(n+1)!}{5^{n+1}} : \frac{n!}{5^n} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n!(n+1)}{5^n \cdot 5} \cdot \frac{5^n}{n!} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+1}{5} \right) = \infty > 1, \text{ следовательно, ряд}$$

расходится по признаку Даламбера.

**Контролируемые компетенции:** ОК 01, ОК 02

**Критерии оценки:**

«5» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнены все задания в работе и процент правильности хода решения и вычислений не менее 86%; аккуратное оформление выполняемой работы; обоснованные выводы, правильная и полная интерпретация выводов, студент аргументированно обосновывает свою точку зрения, обобщает материал.

«4» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено не менее 76% заданий и ход решения правильный; незначительные погрешности в оформлении работы; правильная, но неполная интерпретация выводов.

«3» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено не менее 61% всех заданий, подход к решению правильный, но есть ошибки; значительные погрешности в оформлении работы; неполная интерпретация выводов.

«2» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено менее 60% всех заданий, решение содержит грубые ошибки; неаккуратное оформление работы; неправильная интерпретация выводов либо их отсутствие.

### Практическое занятие №5

#### Решение прикладных задач с использованием комбинаторики

**Цель:** знать определения и формулы числа перестановок, размещений, сочетаний. Уметь решать задачи с использованием комбинаторики.

**Задание:**

1. Группа студентов должна сдавать экзамены по четырем дисциплинам. Сколькими способами можно ставить расписание экзаменов?
2. Сколько можно составить сигналов из 6 флажков различного цвета, взятых по 2?
3. Сколькими способами можно выбрать две детали из ящика, содержащего 10 деталей?

#### Контрольные вопросы для защиты:

1. Перечислите основные задачи комбинаторики.
2. Что называется n- факториалом?
3. Что называется перестановками?
4. Что называется размещениями?
5. Что называется сочетаниями?

#### Ответы и комментарии:

1. Группа студентов должна сдавать экзамены по четырем дисциплинам. Сколькими способами можно ставить расписание экзаменов?

Решение.

Имеем  $n=4$ , тогда  $P_n=4!=24$ . Таким образом получаем 24 способа.

2.Сколько можно составить сигналов из 6 флажков различного цвета, взятых по 2?

Решение.

Имеем  $n = 6$ ,  $m = 2$  ;  $A_6^2 = \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{6!}{4!} = 5 \cdot 6 = 30$ . Таким образом, можно составить 30

сигналов.

3. Сколькими способами можно выбрать две детали из ящика, содержащего 10 деталей?

Решение.

Имеем  $n = 10$ ,  $m = 2$ ,  $C_{10}^2 = \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10!}{2! \cdot 8!} = \frac{8! \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 8!} = 9 \cdot 5 = 45$ . Таким образом, имеется 45 способов.

**Контролируемые компетенции:** ОК 01, ОК 02, ОК03, ОК 05, ОК 06.

**Критерии оценки:**

«5» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнены все задания в работе и процент правильности хода решения и вычислений не менее 86%; аккуратное оформление выполняемой работы; обоснованные выводы, правильная и полная интерпретация выводов, студент аргументированно обосновывает свою точку зрения, обобщает материал.

«4» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено не менее 76% заданий и ход решения правильный; незначительные погрешности в оформлении работы; правильная, но неполная интерпретация выводов.

«3» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено не менее 61% всех заданий, подход к решению правильный, но есть ошибки; значительные погрешности в оформлении работы; неполная интерпретация выводов.

«2» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено менее 60% всех заданий, решение содержит грубые ошибки; неаккуратное оформление работы; неправильная интерпретация выводов либо их отсутствие.

**Практическое занятие №6**

**Решение прикладных задач на нахождение вероятности события**

**Цель:** уметь вычислять вероятности событий.

**Задание:**

1. Найти вероятность выпадения цифры 2 или 3 при бросании игральной кости.
2. Получена партия одежды в количестве 40 штук. Из них 20 комплектов мужской одежды, 6 – женской, 14 – детской. Найти вероятность того, что взятая наугад одежда окажется не женской.

**Контрольные вопросы для защиты:**

1. Как формулируется теорема сложения вероятностей?
2. Чему равна сумма вероятностей противоположных событий?
3. В корзине 5 белых, 3 черных и 7 полосатых шаров. Чему равна вероятность достать наугад одноцветный шар?

**Ответы и комментарии:**

1. Найти вероятность выпадения цифры 2 или 3 при бросании игральной кости.

Решение:

Событие А – выпадение цифры 2. Вероятность этого события  $P(A) = \frac{1}{6}$ .

Событие В – выпадение цифры 3. Вероятность этого события  $P(B) = \frac{1}{6}$ .

События несовместные, поэтому  $P(A+B) = P(A)+P(B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ .

2. Получена партия одежды в количестве 40 штук. Из них 20 комплектов мужской одежды, 6 – женской, 14 – детской. Найти вероятность того, что взятая наугад одежда окажется не женской.

Решение:

Событие А – одежда мужская, вероятность  $P(A) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$ .

Событие В – одежда женская, вероятность  $P(B) = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$ .

Событие С – одежда детская, вероятность  $P(C) = \frac{14}{40} = \frac{7}{20}$ .

Тогда  $P(A+C) = P(A) + P(C) = \frac{1}{2} + \frac{7}{20} = \frac{10}{20} + \frac{7}{20} = \frac{17}{20}$ .

**Контролируемые компетенции:** ОК 01, ОК 02, ОК03, ОК 05, ОК 06.

**Критерии оценки:**

«5» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнены все задания в работе и процент правильности хода решения и вычислений не менее 86%; аккуратное оформление выполняемой работы; обоснованные выводы, правильная и полная интерпретация выводов, студент аргументированно обосновывает свою точку зрения, обобщает материал.

«4» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено не менее 76% заданий и ход решения правильный; незначительные погрешности в оформлении работы; правильная, но неполная интерпретация выводов.

«3» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено не менее 61% всех заданий, подход к решению правильный, но есть ошибки; значительные погрешности в оформлении работы; неполная интерпретация выводов.

«2» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено менее 60% всех заданий, решение содержит грубые ошибки; неаккуратное оформление работы; неправильная интерпретация выводов либо их отсутствие.

**Практическое занятие №7**

**Решение задач на нахождение по таблично заданной функции (при  $n=2$ ), функции, заданной аналитически. Исследование свойств этой функции**

**Цель:** уметь решать задачи на нахождение по таблично заданной функции (при  $n=2$ ), функции, заданной аналитически. Уметь исследовать свойства этой функции.

**Задание:** Для функции, заданной таблично, найти аналитическое выражение функции. Исследовать свойства этой функции.

x	1	2	3	4	5
y	18	42	78	126	186

**Контрольные вопросы для защиты:**

1. Что такое приближенное дифференцирование?
2. Что такое шаг интерполяции?
3. Как найти шаг интерполяции?
4. Как найти первую конечную разность?
5. Как вычислить  $q$ ?

**Ответы и комментарии:**

Решение: Составим таблицу конечных разностей для заданной функции

i	x	y	$\Delta y$	$\Delta^2 y$	$\Delta^3 y$
0	1	18	24	12	0
1	2	42	36	12	0
2	3	78	48	12	
3	4	126	60		
4	5	186			

Используя данные последней таблицы и интерполяционную формулу Ньютона с учетом  $q = \frac{x-1}{1}$  получаем:

$$y(x) = 18 + (x-1)24 + \frac{(x-1)(x-2)}{2}12 = 6(x^2 + x + 1)$$

$$y(x) = 6x^2 + 6x + 6$$

Свойства  $y(x) = 6x^2 + 6x + 6$

- 1)  $D(y) = R$
- 2)  $E(y) = [4, 5; +\infty)$
- 3)  $y'(x) = 12x + 6$



$$12x+6=0$$

$$12x= -6$$

$$x= -0,5$$

x	$(-\infty; -0,5)$	-0,5	$(-0,5; +\infty)$
$y'(x)$	-	0	+
$y(x)$	убывает		возрастает

при  $x \in (-\infty; -0,5)$  функция убывает, при  $x \in (-0,5; +\infty)$  функция возрастает.

4) нулей функции нет (т.к. при решении  $6x^2 + 6x + 6 = 0$ ,  $D < 0$ )

5)  $y(x) > 0$  при любом x

6) функция не является ни четной, ни нечетной (т.к. не выполняются условия  $y(-x) = y(x)$ ;  
 $y(-x) = -y(x)$ ).

7) функция непрерывна.

**Контролируемые компетенции:** ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 05, ОК 06.

### Критерии оценки:

**«5»** – баллов выставляется обучающемуся, если выполнены все задания в работе и процент правильности хода решения и вычислений не менее 86%; аккуратное оформление выполняемой работы; обоснованные выводы, правильная и полная интерпретация выводов, студент аргументированно обосновывает свою точку зрения, обобщает материал.

**«4»** – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено не менее 76% заданий и ход решения правильный; незначительные погрешности в оформлении работы; правильная, но неполная интерпретация выводов.

**«3»** – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено не менее 61% всех заданий, подход к решению правильный, но есть ошибки; значительные погрешности в оформлении работы; неполная интерпретация выводов.

**«2»** – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено менее 60% всех заданий, решение содержит грубые ошибки; неаккуратное оформление работы; неправильная интерпретация выводов либо их отсутствие.

## Практическое занятие №8

### Решение прикладных задач с использованием метода Эйлера

**Цель:** уметь решать задачи с использованием метода Эйлера.

**Задание:** Методом Эйлера найти приближённое при  $x=1$  значение решения дифференциального уравнения  $y' = x + y$ , удовлетворяющего начальному условию  $y(0)=1$ .

#### Контрольные вопросы для защиты:

1. Что называют задачей Коши?
2. Какой применяют метод для решения задачи Коши?
3. В чем суть метода Эйлера?
4. Что такое шаг разбиения?
5. Как вычислить абсолютную погрешность?

#### Ответы и комментарии:

Решение:

Разделим отрезок  $[0; 1]$  на 10 равных частей. Имеем шаг  $h = \frac{1-0}{10} = 0,1$ . Вычисления и

результаты оформим в таблицу. Пользуемся формулой  
 $y_k \approx y_{k-1} + f(x_{k-1}, y_{k-1}) \cdot h \Delta y_k = (x_k + y_k) \Delta h$

k	$x_k$	$y_k \approx y_{k-1} + f(x_{k-1}, y_{k-1}) \cdot h$	$x_k + y_k$	
---	-------	---	-------------	--

0	0	1	1	0,1
1	0,1	1,1	1,2	0,12
2	0,2	1,22	1,42	0,142
3	0,3	1,362	1,662	0,1662
4	0,4	1,5282	1,9282	0,1928
5	0,5	1,7210	2,2210	0,2221
6	0,6	1,9431	2,5431	0,2543
7	0,7	2,1974	2,8974	0,2897
8	0,8	2,4871	3,2871	0,3287
9	0,9	2,8158	3,7158	0,3716
10	1,0	3,1874		

Мы нашли приближённое значение  $y(1) \approx 3,1874$ .

Решим улучшенным методом Эйлера. Для расчётов воспользуемся формулой

$$y_{k+1} \approx y_k + f(x_k, y_k) \cdot 2h$$

По этой формуле считаем, начиная с  $k=2$ , т. е. с третьей строки (вторая строка рассчитана по простому методу Эйлера).

Составим расчётную таблицу

$k$	$x_k$	$y_k \approx y_{k-1} + f(x_{k-1}, y_{k-1}) \cdot 2h$	$x_k + y_k$	$\Delta y_k = (x_k + y_k) \cdot 2h$
0	0	1	1	0,1
1	0,1	1,1	1,2	0,24
2	0,2	1,24	1,44	0,288
3	0,3	1,388	1,688	0,3376
4	0,4	1,5776	1,9776	0,3955
5	0,5	1,7835	2,2835	0,4567
6	0,6	2,0343	2,6343	0,5269
7	0,7	2,3104	3,0104	0,6021
8	0,8	2,6364	3,4364	0,6873
9	0,9	2,9977	3,8977	0,7795
10	1,0	3,4159		

Получили приближённое значение  $y(1) = 3,4159$ .

Для определения погрешности вычислений найдем точное решение. Искомое решение исходного уравнения таково:  $y = 2e^x - x - 1$ .

Следовательно,  $y(1) = 3,4366$ .

Относительная погрешность решения по методу Эйлера такова

$$\delta = \frac{3,4356 - 3,1874}{3,4356} \cdot 100\% \approx 7,2\%$$

Относительная погрешность решения по улучшенному методу Эйлера такова

$$\delta = \frac{3,4356 - 3,4159}{3,4356} \cdot 100\% \approx 0,6\%$$

**Контролируемые компетенции:** ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 05, ОК 06.

**Критерии оценки:**

*«5» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнены все задания в работе и процент правильности хода решения и вычислений не менее 86%; аккуратное оформление выполняемой работы; обоснованные выводы, правильная и полная интерпретация выводов, студент аргументированно обосновывает свою точку зрения, обобщает материал.*

*«4» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено не менее 76% заданий и ход решения правильный; незначительные погрешности в оформлении работы; правильная, но неполная интерпретация выводов.*

*«3» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено не менее 61% всех заданий, подход к решению правильный, но есть ошибки; значительные погрешности в оформлении работы; неполная интерпретация выводов.*

*«2» – баллов выставляется обучающемуся, если выполнено менее 60% всех заданий, решение содержит грубые ошибки; неаккуратное оформление работы; неправильная интерпретация выводов либо их отсутствие.*

**Перечень вопросов (задач)  
для промежуточной аттестации (экзамен/зачет)**

1. Какое число называют комплексным?
2. Как найти модуль комплексного числа?
3. Как найти аргумент комплексного числа?
4. Какие комплексные числа называются сопряженными?
5. Какие существуют формы комплексных чисел?
6. Дать определение графа.
7. Какие детали при изображении графа не важны?
8. Что называется маршрутом?
9. Что называется цепью?
10. Что называется циклом?
11. Что такое степень вершины графа?
12. Что называется цепью?
13. Какое число называют комплексным?
14. Что представляет собой число  $i$ ?
15. Что называется маршрутом?
16. Какие существуют формы комплексных чисел?
17. Что называется циклом?
18. Какая функция называется сложной? Приведите примеры.
19. Сформулируйте общее правило нахождения производной функции.
20. Можно ли вычислить производную любой функции, пользуясь определением производной?
21. Как вычислить угловой коэффициент касательной к кривой в данной точке?
22. Каков геометрический смысл производной? Как геометрически определить значение производной в точке?
23. Приведите примеры использования производной при определении скорости различных процессов.
24. В чем заключается признак возрастания и убывания функции?
25. В чем заключается необходимый признак существования экстремума?
26. В чем заключается достаточный признак существования экстремума?
27. Как отыскивают экстремумы функции с помощью второй производной?
28. В чем различие между нахождением максимума и минимума функции?
29. В чем различие между нахождением наибольшего и наименьшего значений функции?
30. Какая функция называется первообразной для заданной функции?
31. Как записать всю совокупность первообразных функций?
32. Что называется неопределенным интегралом?
33. Почему интеграл называется неопределенным?
34. Что означает постоянная  $C$  в определении неопределенного интеграла?
35. Что такое определенный интеграл?
36. Сформулируйте основные свойства определенного интеграла.
37. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?
38. Может ли площадь криволинейной трапеции быть отрицательной?
39. Может ли площадь криволинейной трапеции быть равной нулю и почему?
40. Приведите примеры физических задач, которые можно решить с помощью определенного интеграла.
41. В чем состоит геометрический смысл неопределенного интеграла?
42. Уравнение какого вида называется линейным однородным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами?

43. Какое общее решение имеет дифференциальное уравнение, если все корни характеристического уравнения действительные и различные?
44. Какое общее решение имеет дифференциальное уравнение, если все корни характеристического уравнения действительные и равные?
45. Какое общее решение имеет дифференциальное уравнение, если все корни характеристического уравнения мнимые?
46. Какое общее решение имеет дифференциальное уравнение, если все корни характеристического уравнения комплексные?
47. Найти общее решение уравнений  $y'' - 7y' + 10y = 0$ .
48. Определение дифференциального уравнения первого порядка?
49. Назвать алгоритм решения дифференциального уравнения с разделяющимися
50. переменными.
51. Определение дифференциального уравнением второго порядка?
52. Определение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами?
53. Назвать алгоритм решения дифференциального уравнения второго порядка?
54. Дайте определение ДУЧП.
55. Что такое порядок ДУЧП?
56. Какова классификация ДУЧП?
57. Геометрическая интерпретация ДУЧП.
58. Что такое характеристики ДУЧП?
59. Что называется числовым рядом?
60. Что называется частичными суммами ряда?
61. Перечислите основные задачи комбинаторики.
62. Что называется  $n$ - факториалом?
63. Что называется перестановками?
64. Что называется перемещениями?
65. Что называется сочетаниями?
66. Вычислите число перестановок из 5 предметов.
67. Как формулируется теорема сложения вероятностей?
68. Чему равна сумма вероятностей противоположных событий?
69. В корзине 5 белых, 3 черных и 7 полосатых шаров. Чему равна вероятность достать наугад одноцветный шар?
70. Что называется условной вероятностью?
71. Как формулируется теорема умножения вероятностей?
72. Какая величина называется дискретной?
73. Что называется законом распределения случайной величиной?
74. Что называется математическим ожиданием дискретной случайной величиной?
75. Что называется дисперсией случайной величины?
76. Какой закон распределения называется биномиальным?
77. Методы приближенного вычисления интеграла
78. Запишите формулу прямоугольников
79. Как вычислить определенный интеграл по формуле прямоугольников?
80. В чем состоит смысл вычисления определенного интеграла по формуле трапеций?
81. Как вычислить определенный интеграл по формуле Симпсона?
82. Что понимается под законом больших чисел?
83. Что такое приближенное дифференцирование?
84. Что такое шаг интерполяции?
85. Как найти шаг интерполяции?
86. Как найти первую конечную разность?

87. Как вычислить  $q$ ?
88. Что называют задачей Коши?
89. Какой применяют метод для решения задачи Коши?
90. В чем состоит суть метода Эйлера?
91. Что такое шаг разбиения?
92. Как вычислить абсолютную погрешность?
93. Дайте определение производной.
94. Сформулируйте общее правило нахождения производной функции.
95. Можно ли вычислить производную любой функции, пользуясь определением производной?
96. Как вычислить угловой коэффициент касательной к кривой в данной точке?
97. Каков геометрический смысл производной? Как геометрически определить значение производной в точке?
98. В чем заключается механический смысл производной?

II. ЗАДАНИЕ ДЛЯ ЭКЗАМЕНУЕМОГО

Вариант 1

КУ-54

ОТЖТ- структурное подразделение ОрИПС – филиала ПривГУПС

<p>Рассмотрено на заседании предметной (цикловой) комиссии «___» _____ 20__ г. Председатель ПЦК _____ Л.Б.Овечкина</p>	<p>ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1 ОП.11 Математика (дисциплина) Группа _____ Семестр III</p>	<p>УТВЕРЖДАЮ Руководитель структурного подразделения СПО (ОТЖТ) _____ П.А. Грачев «___» _____ 20__ г.</p>
--	---	---

**Оцениваемые компетенции:** ОК 01, ОК 02, ОК 03, ОК 04, ОК 05, ОК 06, ОК 09, ПК 2.2, ПК2.3, ПК 3.1, ПК 3.2, ЛР 2,4,23,30

**Инструкция для обучающихся**

Экзаменационная работа включает 23 задания по основным разделам математики: теория множеств и графов, дифференциальное и интегральное исчисление, дифференциальные уравнения, ряды, теория вероятностей и математическая статистика, численные методы, комплексные числа.

Часть 1 содержит 16 заданий с кратким решением (1-16) по 1 баллу, часть 2 содержит 3 задания с развернутым решением (17-19) по 2 балла и 2 задания с развернутым решением (20-21) по 3 балла.

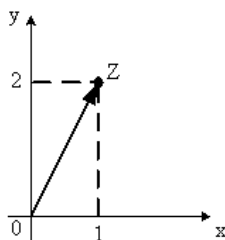
**Критерии оценки**

Отметка (оценка)	Количество правильных ответов в %	Количество правильных ответов в баллах
«5» (отлично)	86-100	25-28
«4» (хорошо)	76-85	22-24
«3» (удовлетворительно)	61-75	17-21
«2»(неудовлетворительно)	0-60	0-16

**Время выполнения заданий – 180 минут**

**Часть 1. Представьте краткое решение**

1. Найти производные функций: а)  $y = 3x^2 e^x$  б)  $y = \sin 7x$ .
2. Найти вторую производную функции:  $y = x^2 + 3x + 1$ .
3. Найти угловой коэффициент касательной к графику функции  $y = x^2 - 3x + 4$  в точке  $x_0 = -2$ .
4. Найти множество всех первообразных функций  $y = 3x^2$ .
5. Алгебраическая форма комплексного числа, изображенного на рисунке, имеет вид...



6. Найти сумму комплексных чисел:  $z_1 = 2 + 3i$  и  $z_2 = 5 - 7i$

7. Найти неопределенный интеграл  $\int(2x + 3) dx$ .  
 8. Решить дифференциальное уравнение  $y'' - 3y' + 2y = 0$ .  
 9. Дифференциальное уравнение в частных производных имеет вид:

1  $\frac{dy}{dx} \sin x = \frac{y}{\ln x}$       2  $\frac{\partial z}{\partial x} = 2$       3  $\frac{d^2 y}{dx^2} = 0$       4  $y'' + 7y' + y = 0$

10. Какая последовательность соответствует заданной формуле  $\{x_n\} = \left\{\frac{1}{n}\right\}$ :

- 1) 1, 2, 3, ...n      2)  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$   
 3) 2, 4, 6, 8, ...2n      4)  $1; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}; \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{2n}$

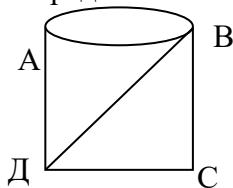
11. Найти второй член числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1}$ .

12. Определить последовательность значений аргумента  $x_0, x_1, \dots, x_5$  для вычисления

определённого интеграла  $\int_0^{\pi/6} \sin x dx$  методом прямоугольников, разделив промежуток интегрирования на 5 равных частей.

13. Даны два множества:  $A=\{2; 4; 8\}$  и  $B=\{0; 1; 2\}$ . Найдите пересечение данных множеств.

14. Определить степень вершины А графа.



15. Закон распределения дискретной случайной величины  $X$  имеет вид:

X	2	5	8	11
p	$\rho_1$	0,2	0,3	0,4

Найти  $\rho_1$ .

16. Вычислить математическое ожидание дискретной случайной величины, заданной законом распределения.

X	1	2	3
p	0,2	0,3	0,5

## Часть 2 . Представьте развернутое решение

17. Бригадир должен отправить на работу звено из 3 человек. Сколько таких звеньев можно составить из 11 человек бригады?

18. Найдите общее решение дифференциального уравнения  $\frac{dy}{dx} + \frac{x}{e^y} = 0$ .

19. Вычислить приближенное значение интеграла  $\int_2^3 x^2 dx$  по формуле прямоугольников, где  $n=5$ .

20. Вычислите сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n}$ .

21. Записать в тригонометрической и показательной формах комплексное число  $z = 1 + i$ .

Преподаватель

Н.Л. Бакирова



ПАКЕТ ЭКЗАМЕНАТОРА

УСЛОВИЯ

Проводится со всей группой одновременно в учебном классе.

**Количество вариантов задания для экзаменуемого – 30 вариантов.**

**Время выполнения задания – 180 мин.**

**Оборудование:** бланк заданий, бланк для ответов, справочный материал, ручка.

**Эталоны ответов**

№ заданий в тесте или билете	1	2	3	4
№ правильного ответа	а) $y' = e^x(3x^2 + 6x)$ б) $y' = 7 \cos 7x$	2	-7	$F(X) = x^3 + C$

№ заданий в тесте или билете	5	6	7	8
№ правильного ответа	$z = 1 + 2i$	$z = 7 - 4i$	$x^2 + 3x$	$y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$

№ заданий в тесте или билете	9	10	11	12
№ правильного ответа	2	2	1/3	$\frac{\pi}{30}, \frac{\pi}{15}, \frac{\pi}{10}, \frac{2\pi}{15}, \frac{\pi}{6}$

№ заданий в тесте или билете	13	14	15	16
№ правильного ответа	{2}	3	0,1	2,3

№ заданий в тесте или билете	17	18	19	20
№ правильного ответа	165	$e^y = -\frac{x^2}{2} + C$	6,84	$\frac{4}{3}$

№ заданий в тесте или билете	21
№ правильного ответа	$z = \sqrt{2} (\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$

## КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

---

Отметка (оценка)	Количество правильных ответов в %	Количество правильных ответов в баллах
5 (отлично)	86%-100%	25-28
4 (хорошо)	76%-85%	22-24
3 (удовлетворительно)	61%-75%	17-21
2 (неудовлетворительно)	0-60%	0-16